

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK ve FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KAPALI CEBİRSEL EĞRİLERLE
KARAKTER TANIMA

Sema CANDEMİR
YÜKSEK LİSANS TEZİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ
ANA BİLİM DALI

GEBZE
2004

Kapalı Cebirsel Eğriler ile Karakter Tanıma

Sema Candemir

ÖZET

Karakter tanıma problemi en genel anlatımla, dökümanı bilgisayara görüntü olarak aktarma, çeşitli önışleme algoritmaları ile iyileştirilmiş görüntüyü modelleme ve bu modelleri önceden bilinen karakter modelleri ile karşılaştırma olarak ifade edilebilir. Bu tezde karakter tanıma probleminin çözümü için yeni bir yaklaşım anlatılmaktadır. Çalışmada, karakterlere bir eğri uydurma algoritması ile kapalı cebirsel eğriler uydurulmuştur. Cebirsel eğriler daha sonra ayrıştırma teoremi ile daha basit eğriler olan doğru parçalarına ayrıştırılmışlardır ve doğruların kesişim noktalarından elde edilen ilişkili noktalar kullanılarak kanonik invaryantlar hesaplanmıştır. Kanonik invaryantlardan benzerlik değerleri hesaplanarak karakterler sınıflandırılmışlardır.

Çalışmada hem sentetik hem de gerçek karakter setleri ile deneyler yapılmış, kanonik değişmezlerin sağlamlığı ve ayırım gücü test edilmiştir. Kapalı cebirsel eğriler kullanarak yapılan karakter tanıma metodu, fourier tanımlayıcılar ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmayı yaparken aynı karakterler, aynı modeller ve aynı koşullar kullanılmıştır. Deneyler sınırlı sayıda karakter datası üzerinde yapılmıştır ve olumlu başarılar elde edilmiştir. Sonuç olarak karakterlerin, kapalı polinomlar ile modellenmesi ve kanonik değişmezlerinin bulunması, karakter tanıma probleminin çözümü için başarılı bir metoddur.

Anahtar Kelimeler

Karakter tanıma, kapalı polinomlar, cebirsel eğriler, kanonik invaryantlar

SUMMARY

This thesis presents a new insight into character recognition problem. Implicit polynomial (IP) curves have been used for modelling characters. A unique decomposition theorem is employed to decompose these curves into simple line primitives. For the comparison of the characters, canonical invariants have been computed using so called “related points” of the curves, which are the real intersections of the lines. Experimental results are presented to assess discrimination power of proposed invariants and their robustness under data perturbations. The method has also been compared with fourier descriptors.

Keywords

Character recognition, implicit polynomials, algebraic curves, canonical invariants.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisansımın her aşamasında, akademik gelişimime katkıda bulunan ve bu tezi hazırlamamda emeği geçen değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Mustafa Ünel'e;

yüksek lisans yapmamı destekleyen ve daima yanımda olan değerli hocam Doç. Dr. Murat Esin'e;

tezime düzeltmeleri ile katkıda bulunan Yrd. Doç. Dr. İlyas Kandemir'e;

bugünlere gelmemde çok büyük emekleri olan, eğitimimin her basamağında bana maddi ve manevi destekte bulunan sevgili aileme;

teşekkür ederim.

İçindekiler

ÖZET	i
SUMMARY	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİL LİSTESİ	x
TABLO LİSTESİ	xi
1 GİRİŞ	1
2 KARAKTER TANIMA PROBLEMİ İÇİN TEMEL BİLGİLER	5
2.1 Kapalı Polinomlar	5
2.2 Dönüşümler	6
2.2.1 Öklidyen Dönüşümler	6
2.2.2 Afın Dönüşümler	8
3 ÖN İŞLEMLER	12

3.1	Karakterlerin İkili Görüntü Haline Getirilmesi	v 12
3.2	Karakterlerin Ayrılması	13
3.3	Karakterlerin Genişletilmesi	13
3.3.1	Genleşme	14
3.3.2	Çoğunluk	15
3.4	Karakterlerin Normalize Edilmesi	16
4	MODELLEME	20
4.1	Kapalı Cebirsel Eğri Oturtma	20
4.2	Ayrıştırma Teoremi	23
4.3	İlişkili Noktalar	24
5	TANIMA ve SINIFLANDIRMA	26
5.1	Kanonik Gösterim ve Kanonik Değişmezler	26
6	DENEY SONUÇLARI	31
6.1	Sentetik Karakter Dataları ile Yapılan Deneyler	31
6.2	Gerçek Karakter Dataları ile Yapılan Deneyler	44
6.3	Gerçek Karakter Dataları ve Karakterlerin Tüm Sınır Kümeleri Dikkate Alınarak Yapılan Deneyler	49
7	RAKAM TANIMA	52
8	SONUÇ	56

A FOURIER TANIMLAYICI TEORİSİ	vi 58
A.1 Geometrik Dönüşümlerin Fourier Tanımlayıcılara Etkisi	59
ÖZGEÇMİŞ	61
KAYNAKLAR	62

Şekil Listesi

1.1	Karakter tanıma sisteminin ayrıntılı şeması	4
2.1	(a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Dönme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali	8
2.2	(a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Öteleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali	8
2.3	(a) Koordinat düzlemi (b) Afin dönüşüm geçirmiş koordinat düzlemi .	9
2.4	(a) Ölçekleme ve dönme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki son hali (b) Dönme ve yer değiştirme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali	10
2.5	(a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Düzenli ölçekleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali (c) Düzenli olmayan ölçekleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali	10
2.6	(a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Yansıma sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali	11
3.1	(a) Orjinal Görüntü (b) İkili Görüntü	13
3.2	(a) 4-bağlantılı komşuluk (b) 6-bağlantılı komşuluk (c) 8-bağlantılı komşuluk	14
3.3	Bağlantılı bileşen tekniği ile karakterlerin ayrılması	15

3.4	(a) Orijinal Görüntü (b) Dökümandan ve birbirlerinden ayrılmış karakterler	16
3.5	(a) Genleşme işlemine tabi tutulacak olan karakter (b) Yapısal element matrisi (c) Genleşme işlemi geçirmiş olan karakter	16
3.6	(a) Dökümandan ayrılmış karakter (b) Genleşme işlemi geçirmiş olan karakter (c) Çoğunluk işlemi geçirmiş olan karakter	17
3.7	(a) Orjinal Görüntü (b) Karakterlerin sınır kümeleri	17
3.8	(a), (b), (c) ve (d) figürleri afin ilişkili karakter setleri, (e), (f), (g) ve (h) ise afin ilişkili karakter setlerinden normalizasyon ile elde edilen yeni karakter setleridir	19
4.1	21
4.2	Çeşitli karakterlere uydurulan 6. dereceden eğriler (kalın hat). Deneyler tüm karakterlerin 6. dereceden eğriler ile modellenebileceğini göstermiştir.	22
5.1	(a) ve (b) Afin ilişkili 2 rakamının sınır kümeleri S ve \bar{S} (c) ve (d) 6.dereceden $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri uydurulmuş S ve \bar{S} karakter setleri	28
5.2	$f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri	29
6.1	(a) ve (b) Afin ilişkili 2 rakamının sınır kümeleri S ve \bar{S} (c) ve (d) 6.dereceden $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri uydurulmuş S ve \bar{S} karakter setleri	33
6.2	$f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri	34
6.3	(a) İki farklı karakter sınır kümesi S ve \bar{S} (b) S ve \bar{S} sınır kümelerine oturtulan $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri	36
6.4	$f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri	38

6.5	(a) 5%'lik veri kaybına uğratılmış karakterin sınır kümeleri S ve \bar{S} (b) S ve \bar{S} sınır kümelerine oturtulan $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri	39
6.6	$f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri	40
6.7	(a) S ve 50% oranında azaltılarak örneklenmiş yeni data seti \bar{S} (b) S ve \bar{S} karakter setlerine uydurulmuş $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri	41
6.8	$f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrilerinin beraber gösterimi	41
6.9	(a) Sayısal görüntü (b) Görüntüden ayrılmış karakter seti S (c) Giriş karakterimizin sınır kümesi S (d) Normalize edilmiş karakter setine uydurulmuş $f_6(x, y)$ eğrisi	44
6.10	Benzerlik Dağılımları	45
6.11	(a) Çeşitli karakterler için tanıma oranları (b) Kapalı polinomlar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı	46
6.12	Kapalı polinomları kullanarak %10 ve %15'lik veri kaybı altında doğru ve hatalı tanıma oranları. %10'luk veri kaybında %68 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybında %58 tanıma başarısı elde edilmiştir.	46
6.13	Fourier tanımlayıcılar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı	47
6.14	Fourier tanımlayıcılar kullanarak %10 ve %15'lik veri kaybı altında doğru ve hatalı tanıma oranları. %10'luk veri kaybında %33 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybında %25 tanıma başarısı elde edilmiştir.	47
6.15	Çalışmada kullanılan bazı karakter örnekleri	48
6.16	Deneyde kullanılan karakter modelleri	48
6.17	(a) Tek sınır kümesine sahip olan karakterler (b) İç ve dış sınır kümesine sahip olan karakterler (c) Üç sınır kümesine sahip olan karakterler	49
6.18	Kapalı polinomlar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı	50
6.19	Benzerlik Dağılımları	50

	x
6.20 Bir karaktere ait farklı sınır kümeleri (a) Üç sınır kümesine sahip olan B karakteri (b) İki sınır kümesine sahip olan B karakteri	51
7.1 Çeşitli rakamlara uydurulan 6. dereceden eğriler (kalın hat). Deneyler tüm rakamların 6. dereceden eğriler ile modellenebileceğini göstermiştir.	53
7.2 (a)Tek sınır kümesine sahip olan rakamlar (b) İç ve dış sınır kümesine sahip olan rakamlar (c)Üç sınır kümesine sahip olan rakamlar . . .	54
7.3 Kapalı polinomlar kullanılarak hesaplanan tanıma başarısı	54
7.4 Çeşitli karakterler için tanıma oranları	54
7.5 Deneyde kullanılan bazı rakam örnekleri	55

Tablo Listesi

6.1	Aralarında A dönme ilişkili karakterler ve benzerlik değerleri. (a) Dönme ilişkili iki karakter (b) Normalize edilmiş ve eğri uydurulmuş olan karakter (c) Normalize edilmiş ve eğri uydurulmuş olan diğer karakter (d) Karakterlerin kanonik eğrileri (e) Karakterler arasındaki benzerlik değeri	32
6.2	Bazı karakterlerin A dönüşüm matrisi altında hesaplanmış benzerlik değeri. (a)(d) Karakter (b)(e) Karakterin afin dönüşüm geçirmiş hali (c)(f) Afin ilişkili karakterler arasındaki benzerlik değeri	37
6.3	5% 10% ve 15% kayıp sınır kümeli karakterlerin benzerlik değerleri . .	40
6.4	Yeniden örneklemiş karakter setleri ve benzerlik değerleri (a)(d) Karakter modeli (b)(e) %50 oranında yeniden örneklenmiş olan karakter (c)(f) Karakterler arasındaki benzerlik değeri	42
6.5	Ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenmiş karakter setleri ve benzerlik değerleri. (a) Karakter modeli (b) Ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenmiş karakter (c) Eğri uydurulmuş olan karakter modeli (d) Eğri uydurulmuş gaussian gürültülü karakter (e) Karakterler arasındaki benzerlik değeri . .	43

Bölüm 1

GİRİŞ

Araştırmacılar uzun yıllardır bilgisayarlara, insanoğluna ait olan becerileri kazandırmak için uğraşmaktadırlar. Bunlardan birisi de insanoğlunun okuma özelliğini model alan karakter tanımadır. Halen bazı problemlere sahip olduğu için, bu alandaki çalışmalar sürmektedir. Karakterlerin çeşitliliği ve karmaşıklığı sebebiyle, el yazısı tanıma problemler mevcuttur. Bu tezde karakter tanıma probleminin çözümü için kapalı eğrileri model alan yeni bir yöntem sunulmaktadır.

Karakter tanıma problemi en genel anlatımla, dökümanı bilgisayara görüntü olarak aktarma, çeşitli önışleme algoritmaları ile iyileştirilmiş görüntüyü modelleme ve bu modelleri önceden bilinen karakter modelleri ile karşılaştırma olarak ifade edilebilir. Amaç, karakterleri sayısal formata çevirerek, onları ait oldukları sınıflara yerleştirmektir.

Karakter tanıma sistemleri on-line ve off-line olarak ikiye ayrılabilir. On-line karakter tanıma sistemleri; üzerine yazılan tabletin ya da kalemin, karakter koordinatlarını bilgisayara iletmesi ile sınıflandırma yaparlar. Off-line karakter tanıma sistemlerinde ise karakterler bir tarayıcı yardımıyla bilgisayar ortamına aktarılır. Tezde off-line karakter tanıma sistemleri için model sunulmuştur. Karakter tanıma sistemleri için bir diğer ayırım, sisteme sunulan karakter verileri için yapılabilir.

- Optik Karakter Tanıma (Optical Character Recognition, OCR)
- Elyazısı Karakterlerinin Tanınması (Handwriting Character Recognition, ICR)

Tezde sunulan model, her iki veri tipi için de uygulanabilir. Deneylerde elyazısı karak-

terler kullanılmıştır.

Bankalarda, kredi kartı ve sigorta şirketlerinde, vergilendirme ve tahsilat işlemlerinde, elektronik kütüphanelerde, plaka numaralarını tanımada, postahanelerde posta kodlarını tanımada olduğu gibi karakter tanıma, çok çeşitli alanlarda kullanılabilir. Literatürde karakterleri modellemek için fourier tanımlayıcılar [9, 10, 13], zincir kodlar [12, 15], zernike momentler [14] gibi çeşitli yöntemlerden yararlanılmıştır. Bu çalışmada ise karakterlere bir eğri uydurma algoritmasıyla kapalı cebirsel eğriler uydurulmuş, bu eğriler polinomlar ile ifade edilmişlerdir. Cebirsel eğriler her türlü şekildeki objeleri modellemede en uygun gösterimlerdir [4, 5, 16, 17, 18, 19, 20].

Karakter tanıma sistemi 3 ana bölüm altında incelenebilir [6]:

- Ön işlemler
- Modelleme
- Tanıma ve Sınıflandırma

Karakter dataları üzerinde işlem yapılmasında ve karakterlerin büyük doğrulukla tanınmasında sisteme sunulan görüntünün gürültüden arındırılmış ve düzgün olması oldukça büyük önem taşımaktadır. 2. bölümde anlatılan ön işlemler kısmında, analog halde bulunan döküman sayısal formata çevrilir. Ön işleme algoritmaları ile dökümanın elektronik görüntüsü temizlenir ve karakterler mümkün olduğunca iyileştirilir. Bağlantılı bileşen [11] tekniği ile döküman karakterlere ayrılır. Her bir karakterin sınır kümesi belirlenir. Ön işlemler bölümünün amacı, karakterleri modellemeye hazır duruma getirmektir.

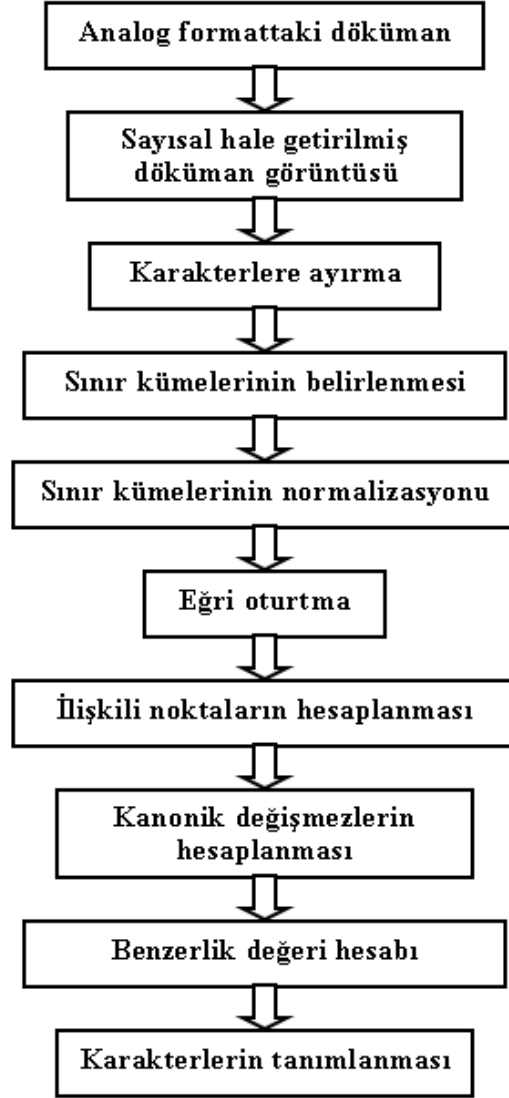
Modellemenin amacı, karakteri en uygun biçimde ifade etmektir. 3. bölümde anlatılan modelleme kısmında, karakterlerin sınır kümelerine ridge regression yöntemiyle uygun kapalı ve de sınırlı cebirsel eğriler oturtulur [7]. Bu eğriler kapalı polinomlar olarak ifade edilebilirler. Bu eğriler ayrıştırma teoremi kullanılarak daha basit eğriler olan doğru parçalarına ayrıştırılmıştır [2]. Elde edilen doğruların kesişim noktaları, ilişkili noktalar olarak belirlenmiştir [2, 3, 4]. İlişkili noktalar kullanılarak, karakterleri birbirlerinden ayırmamızı sağlayacak kanonik invaryantlar hesaplanmıştır [4].

Karakter tanıma sisteminde, bir karakteri diğerlerinden ayırmak için karakteristik

farklılıklara değişkenlik göstermeyen özelliklerinin belirlenmesi gerekir. Nesneye ait bu değişmezler invariant denir. 4. bölümde söz konusu edilen ve bir karakter tanıma sisteminin son basamağı olan tanıma kısmında, ilişkili noktalar kullanılarak kanonik dönüşüm matrisi ve kanonik invariantlar elde edilir. Sınıflandırılacak olan karakter ile önceden belirlenmiş karakter modelleri arasında benzerlik değerleri hesaplanır. En yüksek benzerlik değerine sahip olan karakter modeli, sınıflandırılacak olan karakter olarak belirlenir.

5. bölümde hem sentetik hem de gerçek karakter setleri ile deneyler yapılmış, kanonik değişmezlerin sağlamlığı ve ayırım gücü test edilmiştir. Kapalı cebirsel eğriler kullanarak oluşturulan karakter tanıma metodu, fourier tanımlayıcılar ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma yapılırken aynı karakterler, aynı modeller ve aynı koşullar kullanılmıştır. 6. bölümde ise sonuçlar sunulmuştur.

Şekil 1.1'de karakter tanıma sisteminin şeması gösterilmiştir.



Şekil 1.1: Karakter tanıma sisteminin ayrıntılı şeması

Bölüm 2

KARAKTER TANIMA PROBLEMİ İÇİN TEMEL BİLGİLER

2.1 Kapalı Polinomlar

Kapalı polinom eğrileri, iki boyutlu eğrisel cisimlerin temsili için kullanılan matematiksel modellerdir. Kapalı cebirsel eğriler x, y değişkenlerine sahip $f(x, y) = 0$ eşitliği ile tanımlanır. $z = f(x, y)$ yüzeyinin, $z = 0$ noktalar kümesi bize $f(x, y) = 0$ cebirsel eğrisini verir [5].

n . dereceden cebirsel bir eğrinin kapalı polinom olarak gösterimi aşağıdaki gibidir :

$$\begin{aligned} f_n(x, y) = & \underbrace{a_{00}}_{H_0} + \underbrace{a_{10}x + a_{01}y}_{H_1(x, y)} + \underbrace{a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2}_{H_2(x, y)} + \dots \\ & + \underbrace{a_{n0}x^n + a_{n-1,1}x^{n-1}y + \dots + a_{0n}y^n}_{H_n(x, y)} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Cebirsel eğriyi oluşturan $H_r(x, y)$ 'ler, değişkenleri x ve y olan r .dereceden homojen polinomlardır. Fakat cebirsel eğrinin kendisi homojen değildir. Her bir $H_r(x, y)$ 'deki eleman sayısı $r + 1$ kadardır. n . dereceden bir cebirsel eğrinin toplam katsayısı H_0, H_1, \dots, H_n polinomlarının katsayılarının sayısı toplanarak hesaplanır.

$$1 + 2 + \dots + n + (n + 1) = \sum_{i=1}^{n+1} i = (n + 1)(n + 2)/2$$

Polinomlar derecelerine göre adlandırılırlar. Derecesi 1 ise doğru, 2 ise konik, 3 ise kubic, 4 ise kuartik, ...vs. Örtük polinomun katsayısı 1 ise polinom, monic polinom olarak adlandırılır. $f_n(x, y) = 0$ cebirsel eğrisinin vektör olarak gösterimi aşağıdaki gibidir. Eğri;

$$A = [a_{n0} \ a_{n-1,1} \ \dots \ a_{0n} \ a_{n-1,0} \ a_{n-2,1} \ \dots \ a_{0,n-1} \ \dots \ a_{10} \ a_{01} \ a_{00}]^T$$

$$Y = [x^n \ x^{n-1}y \ \dots \ y^n \ x^{n-1} \ \dots \ x \ y \ 1]^T \quad (2.2)$$

olmak üzere $f_n(x, y) = Y^T A = 0$ şeklinde vektörlerin çarpımı olarak gösterilebilir.

2.2 Dönüşümler

Dönüşümler nesnenin değişimini tanımlar. Koordinat dönüşümleri ve geometrik dönüşümler olmak üzere iki tür dönüşüm vardır. Koordinat dönüşümü, nesne sabit dururken koordinatların değişmesidir. Geometrik dönüşüm ise koordinat sistemi sabitken, nesnenin değişimini tanımlar. Geometrik dönüşümler kendi içinde ikiye ayrılır.

- Katı dönüşümler
- Katı olmayan dönüşümler

Katı dönüşümler uzunluk ve açıları koruyan dönüşümlerdir. Örneğin öteleme ve dönme hareketleri katı dönüşümlerdir. Katı olmayan dönüşümler, cismin şeklinde deformasyonlara neden olan dönüşümlerdir. Örneğin genişletme dönüşümleri, afin dönüşümler ve projektif dönüşümler, katı olmayan dönüşümlerdir.

2.2.1 Öklidyen Dönüşümler

Öklidyen dönüşümler cisimde yalnızca dönme ve öteleme yapar. Öklidyen dönüşüm altında uzunluklar ve açıları değişmez. Cismin şeklinde bir değişikliğe neden olmaz, yalnızca cismin pozisyonu değişir. Öklidyen dönüşüm, θ dönme parametresi, t_x x yönünde öteleme, t_y ise y yönünde öteleme parametresi olmak üzere 3 parametre ile ifade edilir. 2 boyutlu ökliden dönüşüm matrisi

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & t_x \\ -\sin\theta & \cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ veya } \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & t_x \\ \sin\theta & \cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

şeklinde gösterilir.

Öklidyen dönüşüm altında yeni koordinatlar (x', y') aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & t_x \\ \sin\theta & \cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta + t_x$$

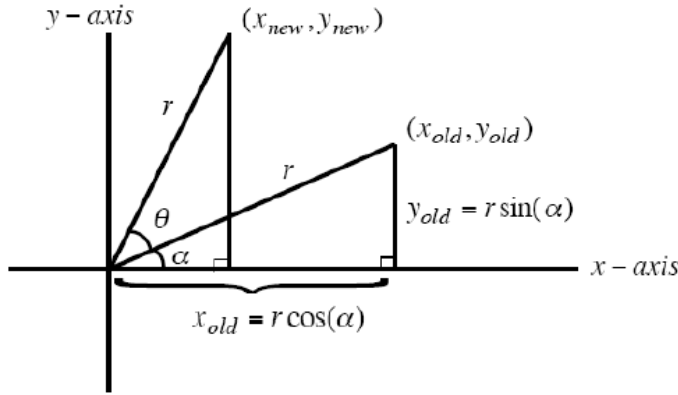
$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta + t_y$$

Dönme

2 boyutta dönme matrisi $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ve dönme sonucunda oluşan yeni koordinatlar (x', y') aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \implies \begin{aligned} x' &= x\cos\theta - y\sin\theta \\ y' &= x\sin\theta + y\cos\theta \end{aligned}$$

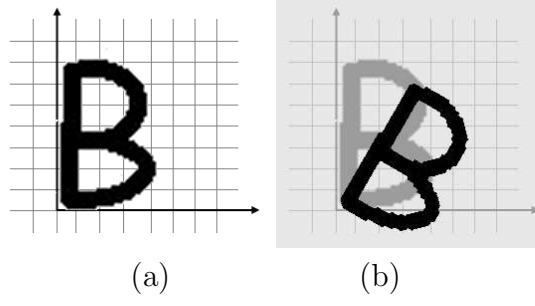
Aynı sonuca koordinat sistemi üzerinden de ulaşabiliriz.



$$x_{new} = r \cos(\alpha + \theta) = r \cos(\alpha) \cos(\theta) - r \sin(\alpha) \sin(\theta) = x_{old} \cos(\theta) - y_{old} \sin \theta$$

$$y_{new} = r \sin(\alpha + \theta) = r \sin(\alpha) \cos(\theta) + r \cos(\alpha) \sin(\theta) = y_{old} \cos(\theta) + x_{old} \sin \theta \quad (2.3)$$

Dönme matrisinin orthogonal olmasından dolayı, orijinal karakterdeki açılar ve uzunluklar korunur.



Şekil 2.1: (a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Dönme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali

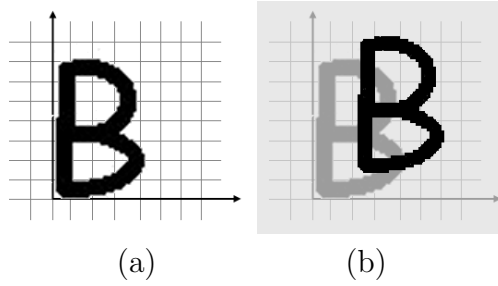
Öteleme

Bir karakterin yer değiştirmesi, sınır kümesi üzerindeki tüm $x(k)$ ve $y(k)$ piksel-lerine, t_x, t_y sabit değişkenlerin eklenmesi ile ifade edilebilir. $k=1,2,\dots,n$.

$$X_{new} = X_{old} + t_x$$

$$Y_{new} = Y_{old} + t_y \quad (2.4)$$

2 boyutta öteleme matrisi $\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ile ifade edilebilir. t_x x yönündeki ötelemeyi, t_y ise y yönündeki ötelemeyi gösterir.



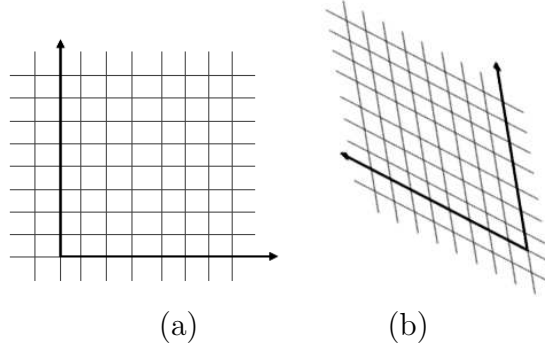
Şekil 2.2: (a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Öteleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali

2.2.2 Afın Dönüşümler

Daha genel olan afin dönüşümlerde, öklidyen dönüşümlerden farklı olarak nesnenin şeklinde genişleme, daralma veya eğrilme gözükür.

- Afin dönüşümlerde açılar ve uzunluklar korunmazlar.

- Doğrular, aynı doğru üzerindeki uzunlukların oranı ve doğruların paralelliği korunur.
- Bir doğru üzerindeki üç nokta, afin dönüşüm geçirdikten sonra yine aynı doğru üzerindedir.
- Orta nokta afin dönüşüm geçirdikten sonra yine diğer iki noktanın arasında kalacaktır.
- Kesişen doğrular, afin dönüşüm geçirdikten sonra yine kesişecektir.



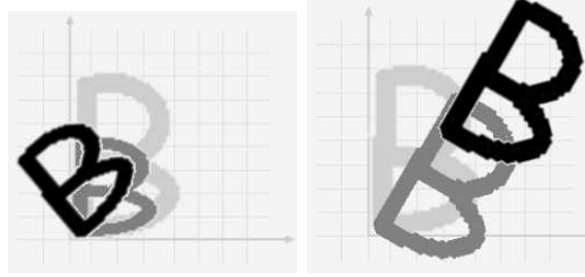
Şekil 2.3: (a) Koordinat düzlemi (b) Afin dönüşüm geçirmiş koordinat düzlemi

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}}_Y = \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{bmatrix}}_M \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix}}_{\bar{Y}} + \underbrace{\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}}_T \implies \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & m_2 & p_x \\ m_3 & m_4 & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

A afin dönüşüm matrisidir, M lineer dönüşüm ve T yer değiştirme matrisleri ile ifade edilebilir. Eğer M , dönme matrisi gibi orthogonal bir matris ise $M^T M = M M^T = I$ eşitlikleri geçerlidir. Eğer bir yer değiştirme yoksa, dönüşüm lineerdir ve öklidyen dönüşüm olarak adlandırılır. Afin dönüşüm altında yeni koordinatlar (x', y')

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & p_x \\ m_3 & m_4 & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \implies \begin{aligned} x' &= m_1 x + m_2 y + p_x \\ y' &= m_3 x + m_4 y + p_y \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanır. Afin dönüşüm genel olarak dönme, öteleme, genişleme, daraltma, eğme ve yansıma dönüşümlerinden bazılarını içeriyor olabilir.



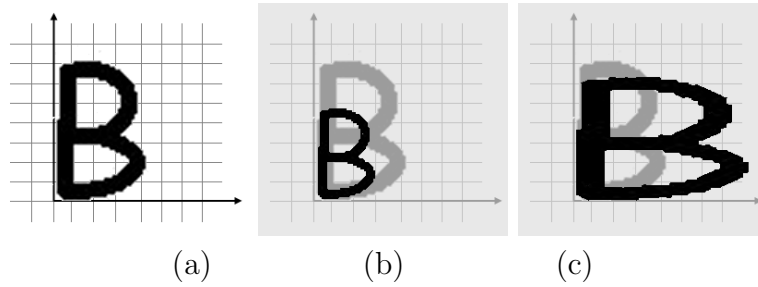
Şekil 2.4: (a) Ölçekleme ve dönme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki son hali (b) Dönme ve yer değiştirme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali

Ölçekleme

Karakterlerin ebatları birbirlerinden farklı olabilir. Bir karakterin ebatının değiştirilmesi, $x(k)$ ve $y(k)$ sınır kümesi noktalarının s_1 ve s_2 katsayıları ile çarpılmasıyla sağlanabilir. Bu durumda dönüşüm ifadesi aşağıdaki şekilde olacaktır. Eğer s_1 ve s_2 katsayıları birbirlerine eşit ise düzenli ölçekleme yapılmaktadır. Ölçekleme faktörü s , orijinal karakterin hem x hem de y noktalarına eşit olarak etki eder.

$$A = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

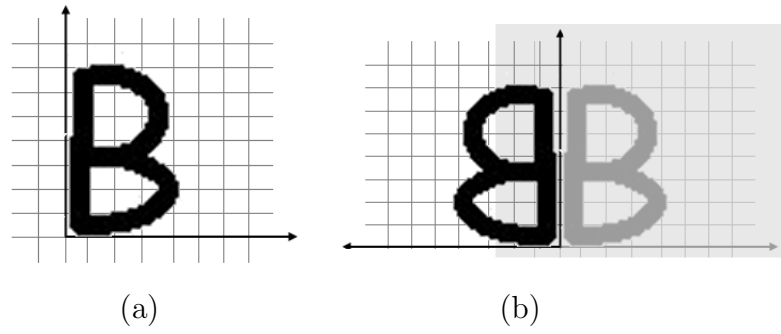
A düzenli ölçekleme matrisi, B ise düzenli olmayan ölçekleme matrisidir.



Şekil 2.5: (a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Düzenli ölçekleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali (c) Düzenli olmayan ölçekleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali

Yansıma

2 boyutta yansıma matrisi $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ile ifade edilebilir.



Şekil 2.6: (a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Yansıma sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali

Bölüm 3

ÖN İŞLEMLER

Karakterler üzerinde işlem yapılmasında ve karakterlerin büyük doğrulukla tanınmasında sisteme sunulan görüntünün mümkün olduğunca temiz ve düzgün olması oldukça büyük önem taşımaktadır. Ön işlemler kısmında, analog formatta bulunan döküman, sayısal formata getirilerek ön işleme algoritmalarından geçer. Bu algoritmalar döküman görüntüsünün iyileştirilmesini, karakterlerin dökümandan ve birbirlerinden ayrılmasını, karakter datalarının gürültüden arındırılmasını, karakterlerin sınır kümelerinin bulunmasını sağlar.

3.1 Karakterlerin İkili Görüntü Haline Getirilmesi

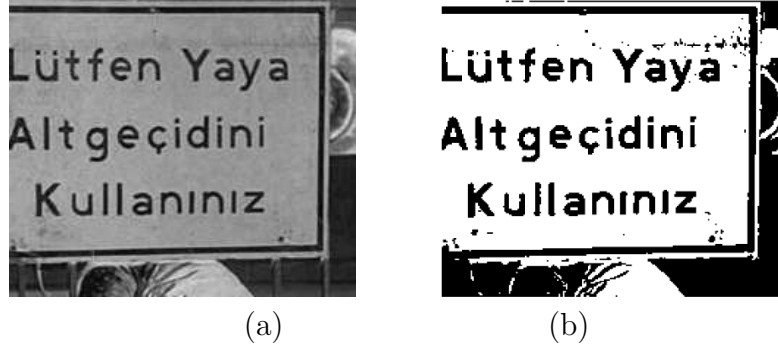
Elimizdeki dökümanı ikili görüntü haline getirme işlemi [9], görüntü ile döküman farklılığını arttırmanın yanısıra, eşik değeri altında kalan gürültü olarak adlandıracağımız noktaları yok eder.

$f(x, y)$ orijinal halde bulunan görüntü, T eşik değeri olarak belirlenirse, ikili görüntü haline getirme işlemi aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$f_{ikili}(x, y) = \begin{cases} 1 & f(x, y) < T \\ 0 & f(x, y) > T \end{cases} \quad (3.1)$$

T eşik değeri üzerindeki tüm gri seviyeler 0 (arkaplan), eşik değerinin altında kalan gri seviyeler ise 1 (karakterler) olarak belirlenir. Böylece arkaplan ve karakterler birbirlerinden ayrılmış olurlar. Şekil 3.1a'da gri seviyedeki görüntü, şekil 3.1b'de ise

T eşik değeri ile ikili hale getirilmiş görüntü bulunmaktadır.



Şekil 3.1: (a) Orjinal Görüntü (b) İkili Görüntü

3.2 Karakterlerin Ayrılması

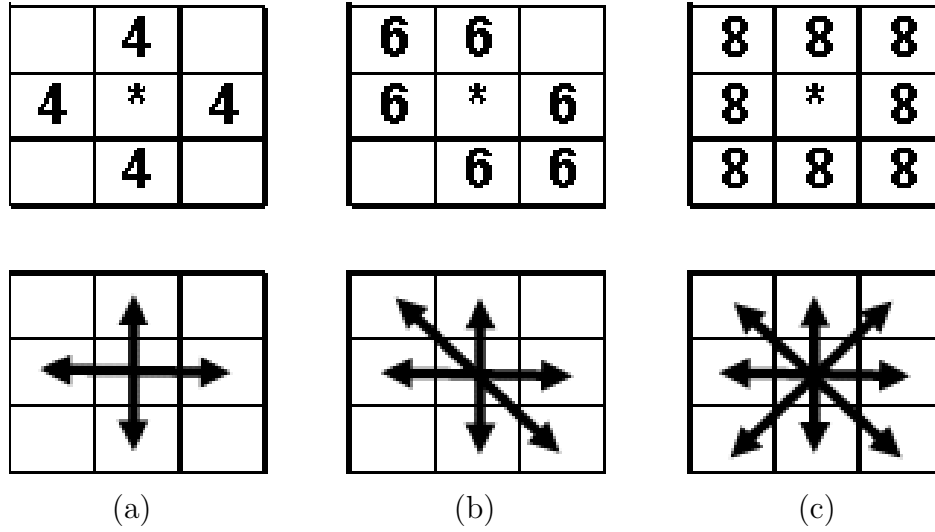
Metin halinde bulunan karakterlerin üzerinde işlem yapabilmek, modellemek ve değişmezlerinin hesaplanması için karakterlerin hem dökümandan hem de birbirlerinden ayrılması gerekmektedir. Karakterleri ayırırken görüntünün renk, desen, hareket gibi çeşitli özellikleri kullanılabilir. Çalışmada piksellerin komşuları dikkate alınarak bölümlenme yapan *bağlantılı bileşen* [11] metodu kullanılmıştır. Metodda sayısal formata getirilen görüntü pikseller seviyesinde taranır. Birbiriyle komşuluğu olan pikseller 8 bağlantılı komşuluk metodu (şekil 3.2c) ile belirlenir. Bu metodda her bir pikselin komşuluğundaki 8 piksel incelenir ve piksel ile aynı değere sahip olan pikseller işaretlenir.

Tüm pikseller tarandıktan sonra aynı komşulukta olan pikseller gruplandırılır. Her bir piksel grubu bir karakteri belirler (Şekil 3.3).

Şekil 3.4'te bağlantılı bileşen tekniği ile bazı karakterleri ayrılmış bir döküman görülmektedir.

3.3 Karakterlerin Genişletilmesi

Çalışmada karakterleri uygun eğriler ile modelleyebilmek için karakterin dış sınır kümeleri kullanılmaktadır. Sınır kümelerinin belirlenebilmesi için karakterin uygun formatta olması gereklidir. Karakterler pikseller ile ifade edildiğinden, bir ya da iki

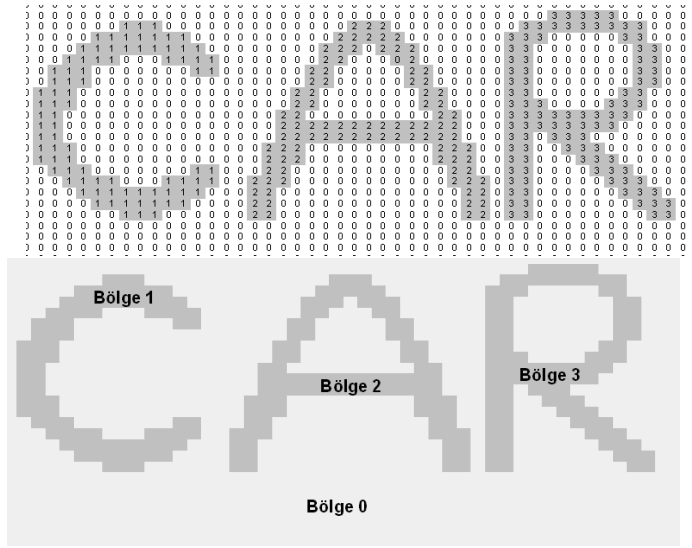


Şekil 3.2: (a) 4-bağlantılı komşuluk (b) 6-bağlantılı komşuluk (c) 8-bağlantılı komşuluk

piksel inceliğinde olan bir karakterin sınır kümesinden bahsedilemez. Sınır kümesi tespiti için karakterin en az 3 piksel kalınlığında olması gereklidir. Matbaa karakterlerinde, karakterlerin belirgin olması sebebiyle herhangi bir işleme gerek duymazken, el yazısı karakterlerinde uygun sınır kümeleri elde edebilmek için karakterlerin genişletilmesi gereklidir. Çalışmada şekil bilgisi işlemlerinden olan genişleme işleminden yararlanılmıştır.

3.3.1 Genleşme

Genleşme işleminin ikili imge üzerindeki temel etkisi, karakterin sınır kümesini kademeli olarak genişletmektir. Genleşme işlemi, imge ve yapısal element olarak adlandırılan matrisi girdi olarak alır. Çalışmada kullanılan yapısal element matrisi şekil 3.5b'deki matris, merkezdeki kare içine alınmış değer ise bu matrisin orijin pikselidir. Eğer yapısal element matrisinin orijini, imge üzerinde 0 (arkaplan) değeri ile kesişir ise hiçbir işlem yapılmaz ve bir sonraki piksele geçilir. Fakat orijin matrisi imge üzerinde 1 (karakter pikseli) ile kesişir ise, yapısal element matrisinin kesiştiği tüm pikseller, yapısal element matrisinin değerlerini alırlar. Şekil 3.5a'da örnek bir imge ve piksel değerleri, yapısal element matrisi ile genişleştirilmiş ve şekil 3.5c'deki piksel değerlerine dönüşmüştür.



Şekil 3.3: Bağlantılı bileşen tekniği ile karakterlerin ayrılması

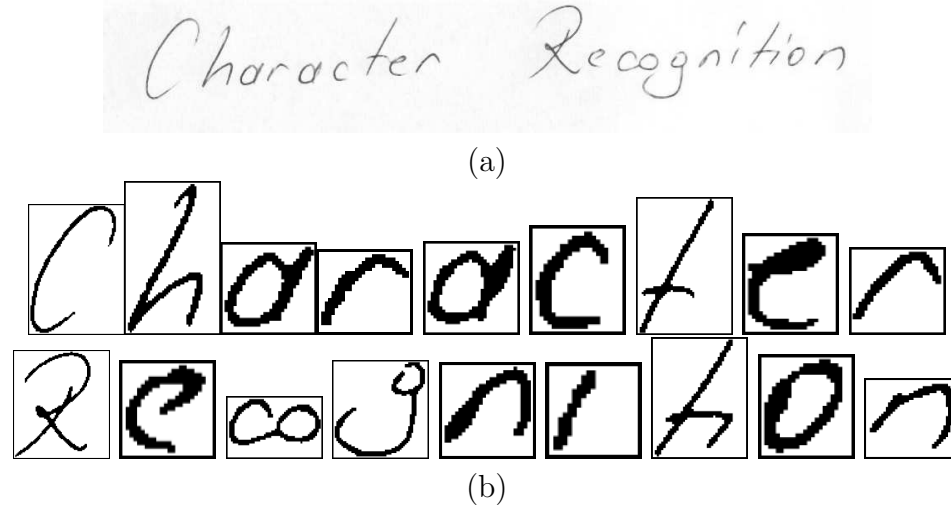
3.3.2 Çoğunluk

Genleşme işleminden sonra karakterlere uygulanan bir diğer işlem ise çoğunluk işlemidir. Bu işlem, pikselin 8-komşuluğundaki, 5 yada daha fazla pikselin değeri 1 ise, bu pikselin değerini de 1 yapar. Eğer pikselin 8 komşuluğundaki 5 yada daha fazla pikselin değeri 0 ise, bu pikselin değerini de 0 yapar. Bu işlem sonucunda görüntü daha yumuşak geçişlere sahip olacaktır. Aşağıda 5 komşuluğu 1 olan pikselin de işlem sonucu 1 olduğu görülmektedir.

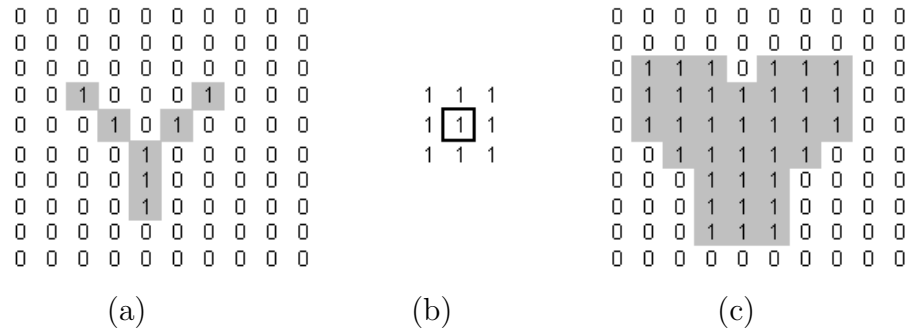
$$\begin{array}{ccc}
 1 & 1 & 1 \\
 1 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{ccc}
 1 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

Şekil 3.6'de karakterin genleşme ve çoğunluk işlemleri sonrası hali görülmektedir.

Karakterlerin uygun sınıflara yerleştirilmesi için, cisimlerin bazı ayırt edici özelliklerinden yararlanmalıyız. Her bir karakterin sınır kümesi kapalı bir eğri olarak ifade edilebildiğine göre, sınır kümeleri bize ayırt edici özellikler verebilir [9, 10]. Ayrıca sınır kümesi bilgisi ile karakterler daha az data ile ifade edilebilir. Şekil 3.7'de döküman ve karakterlerin sınır kümeleri gösterilmiştir.



Şekil 3.4: (a) Orijinal Görüntü (b) Dökümandan ve birbirlerinden ayrılmış karakterler

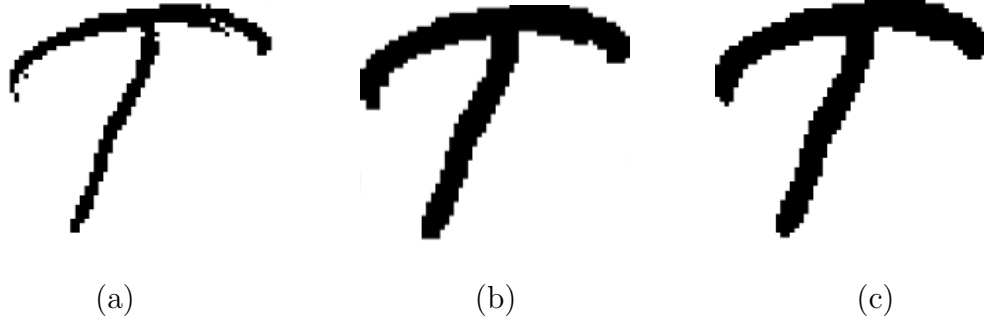


Şekil 3.5: (a) Genleşme işlemine tabi tutulacak olan karakter (b) Yapısal element matrisi (c) Genleşme işlemi geçirmiş olan karakter

3.4 Karakterlerin Normalize Edilmesi

Karakterlerin sınır kümeleri bulunduktan sonra karakterler uygun dereceli cebirsel eğriler ile modellenecektir. Çalışmada kullanılan eğri uydurma yöntemi olan ridge regression yöntemi öklidyen invarianttır. Bu yüzden afin dönüşüm altında alınmış iki görüntünün bu yöntemlerle modellenip, invariantlarının hesaplanmasından sonra, karakterler aynı olsa bile invariantları farklı olacaktır [3].

Normalizasyon, modellenecek sınır kümesini koordinat merkezine taşır, x ve y yönündeki standart sapmaları 1 yapar. Normalizasyon sonucu, iki afin sınır kümesi, sadece dönme ilişkili olur. Aralarında dönme ilişkisi olan eğriler ridge regression yöntemiyle modellenip, değişmezleri karşılaştırılabilir. Bu işlemin yapılmasındaki bir



Şekil 3.6: (a) Dökümandan ayrılmış karakter (b) Genleşme işlemi geçirmiş olan karakter (c) Çoğunluk işlemi geçirmiş olan karakter

A NEW WORD

(a)

A NEW WORD

(b)

Şekil 3.7: (a) Orjinal Görüntü (b) Karakterlerin sınır kümeleri

diğer amaç da, büyük koordinatlara sahip sınır kümelerine eğri uydurulması durumunda, eğrinin kararlılığının azalması ve gürültüler karşısında bozulmasıdır.

Sınır kümesinde toplam N adet nokta bulunduğunu ve $Y_i = [x_i, y_i]^T$ ile ifade edildiğini varsayalım. Bu durumda tüm koordinat noktaları toplanıp, toplam nokta sayısına bölünmesi ile eğrinin merkezi G elde edilir:

$$G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Sınır kümesinin her bir noktasından ağırlık merkezinin çıkartılmasıyla, verilen sınır kümesi koordinat merkezine taşınmış olur. Eğrinin kovaryans matrisi aşağıdaki şekilde hesaplanır [3].

$$\Sigma = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - G)(Y_i - G)^T \quad (3.3)$$

Kovaryans matrisi, pozitif tanımlı ve simetrik olması sebebiyle aşağıdaki şekilde

ayrılabilir. W , kovaryans matrisinin özvektörlerini, D ise özdeğerlerini tutar.

$$\Sigma = WDW^T \quad (3.4)$$

Sınıflandırılacak olan karakterimizin (\hat{S}), sınır kümesinde de toplam N adet nokta bulunduğunu ve sınır kümesi $\hat{Y}_i = [\hat{x}_i, \hat{y}_i]^T$ ile ifade edildiğini varsayalım.

Yeni sınır kümesini \hat{S} ile ifade edelim. Aşağıdaki koordinat dönüşümü uygulanırsa;

$$\hat{Y}_i = (\hat{x}_i \quad \hat{y}_i)^T = D^{-\frac{1}{2}}W^T(Y_i - G) \quad (3.5)$$

yeni merkez şöyle olur:

$$\hat{G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D^{-\frac{1}{2}}W^T(Y_i - G) = D^{-\frac{1}{2}}W^T G - D^{-\frac{1}{2}}W^T G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_c \\ \hat{y}_c \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Görüldüğü gibi yeni karakter setimizin merkezi orijindedir. Kovaryans matrisi ise birim matris olacaktır. Bu durumda \hat{S} , S karakter setinden oluşturulmuş ve normalize edilmiş yeni karakter seti olarak adlandırılabilir.

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i)(\hat{Y}_i)^T = D^{-\frac{1}{2}}W^T \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - G)(Y_i - G)^T W D^{-\frac{1}{2}} = I \quad (3.7)$$

Şimdi de birbiriyle afin ilişkili S ve \bar{S} olarak adlandırılan iki karakter setimiz olduğunu varsayalım. Birbirleriyle afin ilişkili olduklarına göre (2.5) eşitliği bize aşağıdaki sonuçları verecektir.

$$\begin{aligned} \bar{Y}_i &= MY_i + P & i = 1, 2, \dots, N. \\ \bar{G} &= MG + P \\ \bar{Y}_i - \bar{G} &= M(Y_i - G) \end{aligned} \quad (3.8)$$

(3.8) eşitliği yardımıyla, \bar{S} karakter setinin kovaryans matrisi aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\bar{\Sigma} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \bar{G})(\bar{Y}_i - \bar{G})^T = M\Sigma M^T$$

\hat{S} ve $\hat{\bar{S}}$ karakter setleri, S ve \bar{S} karakter setlerinin normalize edilmiş yeni karakter setleri ise;

$$\hat{Y}_i = D^{-\frac{1}{2}}W^T(Y_i - G) \implies (Y_i - G) = W D^{\frac{1}{2}}\hat{Y}_i \quad (3.9)$$

$$\hat{Y}_i = \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T (\bar{Y}_i - \bar{G}) = \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T M (Y_i - G) \quad (3.10)$$

(3.9) eşitliğini(3.10) için kullanacak olursak aşağıdaki sonucu elde ederiz.

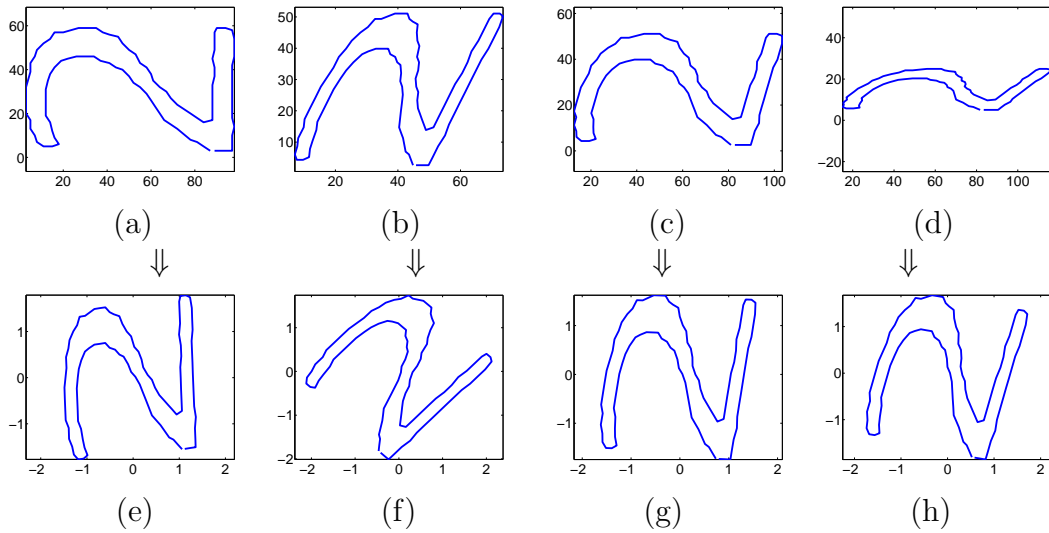
$$\hat{Y}_i = \underbrace{\bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T M W D^{\frac{1}{2}}}_{Q} \hat{Y}_i \quad (3.11)$$

\hat{Y}_i ve \hat{Y}_i arasındaki Q dönüşüm matrisi ortogonaldır.

$$\begin{aligned} \underbrace{\bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T M W D^{\frac{1}{2}}}_{Q} \underbrace{D^{\frac{1}{2}} W^T M^T \bar{W} \bar{D}^{-\frac{1}{2}}}_{Q^T} &= \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T M \underbrace{W D W^T}_{\Sigma} M^T \bar{W} \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \\ &= \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T \underbrace{M \Sigma M^T}_{\bar{\Sigma}} \bar{W} \bar{D}^{-\frac{1}{2}} = \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \underbrace{\bar{W}^T \bar{\Sigma} \bar{W}}_{\bar{D}} \bar{D}^{-\frac{1}{2}} = I \end{aligned}$$

Özet olarak afin ilişkili iki karakter seti normalize edilmiş ise, aralarındaki Q dönüşüm matrisi dönme matrisidir. Böylelikle afin ilişkili iki karakter seti normalize edilerek öklidyen ilişkili hale getirilebilir. Deneyler bölümünde de görüleceği üzere, çalışmada kullanılan eğri uydurma metodu dönme ilişkisine karşı değişmezdir.

Şekil 3.8'de a, b, c ve d figürleri afin ilişkili çeşitli karakter setlerini göstermektedir. Normalizasyon sonucu elde edilen yeni karakter setleri e, f, g ve h arasında sadece dönme ilişkisi vardır, dolayısıyla yeni karakter setleri öklidyen ilişkilidir.



Şekil 3.8: (a), (b), (c) ve (d) figürleri afin ilişkili karakter setleri, (e), (f), (g) ve (h) ise afin ilişkili karakter setlerinden normalizasyon ile elde edilen yeni karakter setleridir

Bölüm 4

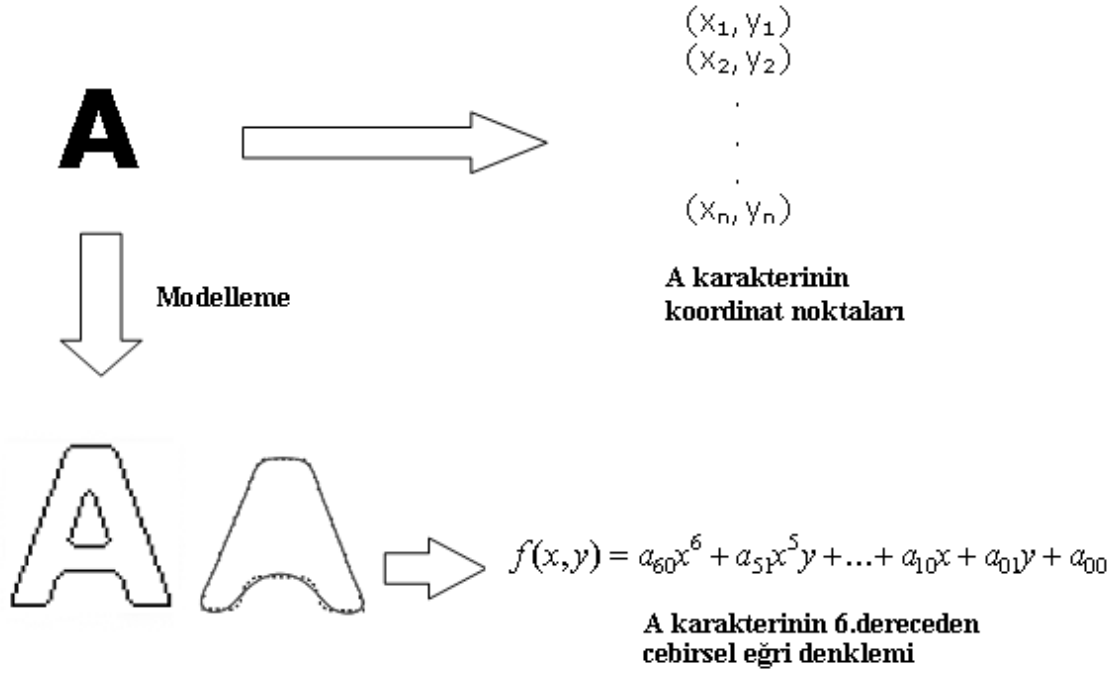
MODELLEME

Modellemenin amacı, karakteri en uygun biçimde ifade etmektir. Böylece sınırlı sayıda data ile karakterlerin tanımlanması yapılabilir. Gereksiz karmaşıklıktan kaçınmak ve algoritmanın hızını arttırmak için modelleme gereklidir. Örneğin bir karakterin sınır kümesinde yüzlerce data olabilir. Bu durumda cismi tanımlamak için gerekli olan değişmezlerin elde edimi çok zor ve zaman alıcı olacaktır. Fakat sınır noktaları uygun dereceli bir cebirsel eğri ile modellenirse, oldukça az sayıda katsayı cismi tanımlamaya yetecek ve değişmezlerin elde edilmesi ve karakterin tespiti kolaylıkla yapılabilecektir. Bakınız şekil 4.1.

Literatürde karakterleri modellemek için fourier tanımlayıcılar [9, 10, 13], zincir kodlar [12, 15], zernike momentler [14] gibi çeşitli yöntemlerden yararlanılmıştır. Bu tezde karakterleri modellemek için cebirsel eğriler kullanılmıştır. Cebirsel eğriler serbest şekilli cisimlerin modellenmesi için kullanılan en uygun gösterimler arasındadır [2, 3, 4, 17, 18, 20]. Bu eğriler karakterin sınır noktalarındaki belirli miktardaki eksik/kesik datayı telafi edebilir. Karakterlere bir eğri uydurma algoritmasıyla kapalı cebirsel eğriler uydurulmuş, bu eğriler polinomlar olarak ifade edilmişlerdir.

4.1 Kapalı Cebirsel Eğri Oturtma

Önişlemler kısmında dökümandan ve birbirlerinden ayrılmış olan karakterlerin sınır kümeleri bulunmuştur. Bu sınır kümelerine uygun dereceli cebirsel eğriler uydurulacaktır. Literatürde çeşitli eğri uydurma yöntemleri vardır [7, 18, 20, 21, 22]. Bu



Şekil 4.1:

çalışmada yüksek dereceli cebirsel eğrilere uygulandığı zaman kararlı ve hızlı olması sebebiyle Ridge Regression methodu kullanılmıştır. Şekil 4.2’de çeşitli karakter data-larına uydurulan 6.dereceden eğriler görülmektedir (kalın hatlı eğriler). Deneyler tüm karakterlerin 6. dereceden eğriler ile modellenebileceğini göstermiştir.

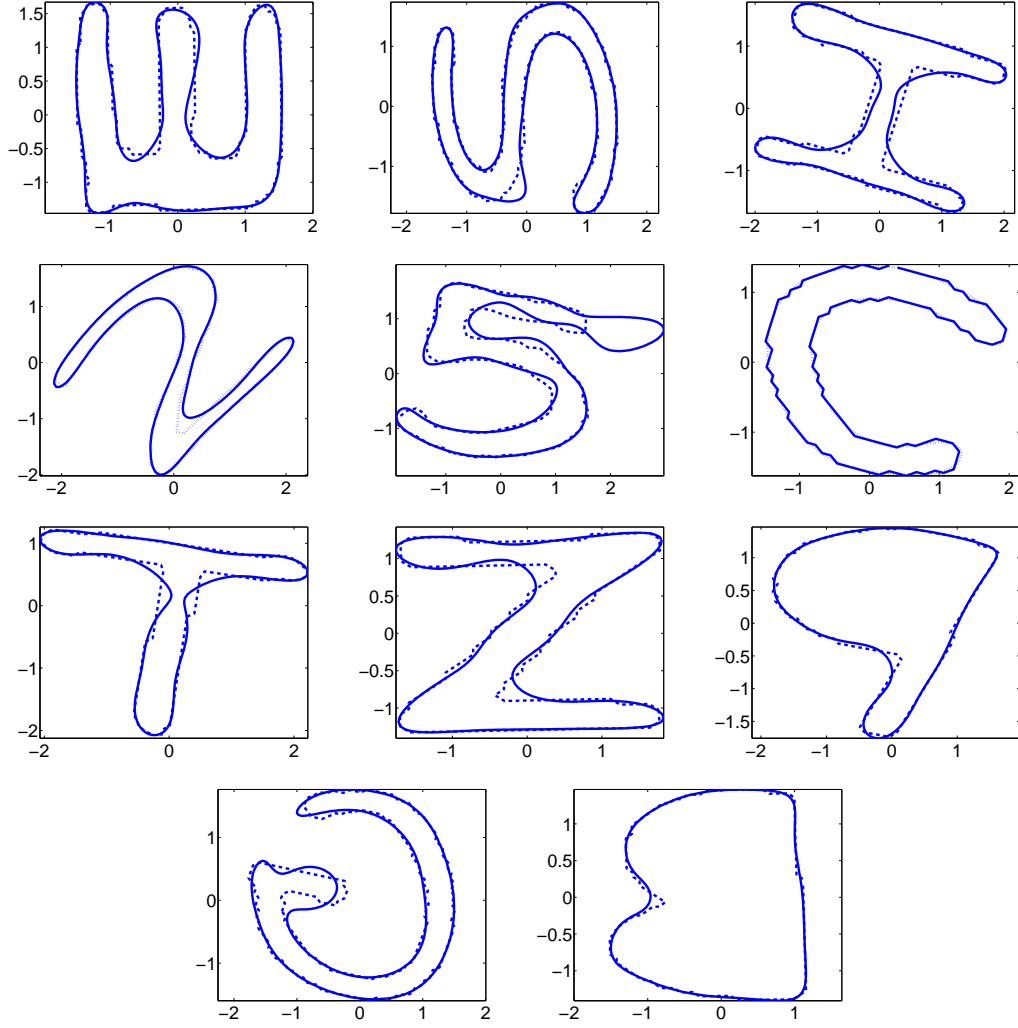
Klasik eğri uydurma yöntemi olan en küçük kareler yöntemi, verilen sınır kümesinin, uydurulacak cebirsel eğriye olan uzaklığının karesini minimum yapmaya çalışır.

$$e_a = \sum_{i \leq j \leq m} (f_n(x_j, y_j))^2 = 0 \quad (4.1)$$

Gradient One yöntemi, en küçük kareler yöntemindeki gibi polinomun noktalar üzerinde sıfır değerini almasını ayrıca eğrinin gradyantını, yani eğrinin birinci mer-tebeden türevini kontrol eder. Gradyant kontrolleri için en küçük kareler yöntemine iki sınırlama getirilmiştir [7].

$$\nabla f_n(x_j, y_j) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_n}{\partial x} \\ \frac{\partial f_n}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Gradient vektörü verilen sınır kümesine diktir. Bu yöntemde gradyantın her nok-



Şekil 4.2: Çeşitli karakterlere uydurulan 6. dereceden eğriler (kalın hat). Deneyler tüm karakterlerin 6. dereceden eğriler ile modellenebileceğini göstermiştir.

tada yerel tanjanta dik ve birim uzunluğunda olması sınırı getirilir. Bu yöntem denklem 4.2'de görüldüğü gibi en küçük kareler yöntemine gradyanın yerel tanjant yönündeki bileşeninin 0, normal yönündeki bileşeninin 1 olmasını kontrol eden iki parametre eklenir.

$$e_g = \sum_{i \leq j \leq m} (f_n(x_j, y_j))^2 + \mu(N_j^T \nabla f_n - 1)^2 + \mu(T_j^T \nabla f_n)^2 \quad (4.3)$$

Denklem 4.3, denklem 2.2 kullanılarak açılırsa katsayı matrisi denklem 4.5'deki gibi bulunur.

$$e_g = A^T \sum Y_j Y_j^T A + \mu A^T \sum \nabla Y_j N_j N_j^T \nabla Y_j^T A + \mu A^T \sum \nabla Y_j T_j T_j^T \nabla Y_j^T A - 2\mu A^T \sum \nabla Y_j N_j + \mu m \quad (4.4)$$

$$A = \mu \underbrace{(S + \mu(S_N + S_T))^{-1}}_{S_G} G_N$$

Ridge regression yöntemi yukarıdaki denklemde bulunan S_G matrisini kontrol ederek uydurulacak eğriyi sınır kümesine yaklaştırmaya zorlar [7]. Denklem 4.6'de görüldüğü gibi k ridge regression ağırlık parametresiyle, S_G kontrol edilir. Denklem 4.6'daki D diyagonal matris, k ise 0 dan büyük reel sayıdır.

Ridge regression yöntemiyle sınır kümesine model uygulanırken izlenecek adımlar aşağıdaki şekildedir.

1. Denklem 4.5'teki S_G ve G_N matrisleri elde edilir.
2. Denklem 4.6'daki k ağırlık parametresi değiştirilerek yeni katsayı matrisi A_{rr} elde edilir.

$$A_{rr} = \mu(S_G + kD)^{-1}G_N \quad (4.6)$$

4.2 Ayrıştırma Teoremi

Yüksek dereceli cebirsel eğriler, ayrıştırma teoremi yardımıyla daha basit eğriler olan doğru parçaları ve konikler olarak ifade edilebilir.

Teorem 4.7. *Bir monik eğri $f_n(x, y)$, doğruların ve koniklerin çarpımlarının toplamı olarak ifade edilebilir [5].*

$$f_n(x, y) = \Pi_n(x, y) + \gamma_{n-2}[\Pi_{n-2}(x, y) + \gamma_{n-4}[\Pi_{n-4}(x, y) + \dots]] \quad (4.8)$$

γ_{n-2} , $f_{n-2}(x, y)$ 'nin x^{n-2} elemanının katsayısıdır. Her bir $\Pi_r(x, y) = \prod_{i=1}^r L_{ri}(x, y)$ reel yada karmaşık doğruların çarpımı şeklindedir.

Denklemdaki her bir doğru $L_{ri}(x, y)$, vektör gösterimi kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$L_{ri}(x, y) = x + l_{ri}y + k_{ri} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & l_{ri} & k_{ri} \end{bmatrix}}_{L_{ri}^T} X = \underbrace{\begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix}}_{X^T} L_{ri} \quad (4.9)$$

2, 3 ve 4. dereceden kapalı polinomlar aşağıdaki şekilde ayrıştırılabilir:

$$f_2(x, y) = \Pi_2(x, y) + \gamma_0\Pi_0(x, y) = L_1(x, y)L_2(x, y) + \gamma_0 = 0,$$

$$\begin{aligned}
f_3(x, y) &= \Pi_3(x, y) + \gamma_1 \Pi_1(x, y) = L_1(x, y)L_2(x, y)L_3(x, y) + \gamma_1 L_4(x, y) = 0, \\
f_4(x, y) &= \Pi_4(x, y) + \gamma_2 \Pi_2(x, y) + \gamma_0 \Pi_0(x, y) = \\
&L_1(x, y)L_2(x, y)L_3(x, y)L_4(x, y) + \gamma_2 L_5(x, y)L_6(x, y) + \gamma_0 = 0, \tag{4.10}
\end{aligned}$$

γ_2, γ_1 ve γ_0 skaler katsayılarıdır, ve $\Pi_0(x, y) = 1$.

4.3 İlişkili Noktalar

Cebirsel eğri bilgisinden yararlanılarak bulunan bitangent noktası, bükülme noktaları, kütle merkezleri ve doğru çarpanlarının kesişim noktaları afin dönüşüm altında ilişkili noktalar olarak tanımlanır [3, 4, 5]. Polinomları kullanarak hesaplanan en kolay ilişkili noktalar doğruların kesişim noktalarıdır. Bu çalışmada da ilişkili nokta olarak doğruların kesişim noktaları kullanılmıştır.

Cebirsel eğrinin ayrıştırılmasından elde edilen paralel olmayan $L_{ij}^T X = x + l_{ij}y + k_{ij}$ ve $L_{qr}^T X = x + l_{qr}y + k_{qr}$ gibi iki doğrunun kesişimi $d_p = (x_p, y_p)$ olsun. İki doğrunun kesişim noktası

$$\begin{bmatrix} 1 & l_{ij} & k_{ij} \\ 1 & l_{qr} & k_{qr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{ij}k_{qr} - l_{qr}k_{ij} \\ k_{ij} - k_{qr} \end{bmatrix} \div (l_{qr} - l_{ij}) \tag{4.11}$$

şeklinde hesaplanır [5].

İki monik cebirsel eğri $f_n(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ herhangi bir s_n değeri için birbirleriyle aşağıdaki şekilde afin ilişkili olacaktır [3]:

$$f_n(x, y) = 0 \xrightarrow{A} f_n(m_1\bar{x} + m_2\bar{y} + p_x, m_3\bar{x} + m_4\bar{y} + p_y) \equiv s_n \bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0 \tag{4.12}$$

$f_n(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ olarak tanımlanan iki afin ilişkili cebirsel eğrinin ilişkili noktaları $\{x_i, y_i\}$ ve $\{\bar{x}_i, \bar{y}_i\}$ aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} m_1 & m_2 & p_x \\ m_3 & m_4 & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_A \begin{pmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \{x_i, y_i\} \xrightarrow{A} \{\bar{x}_i, \bar{y}_i\} \tag{4.13}$$

İlişkili noktalar aşağıdaki ilişkiyi verecektir.

$$f_n(x_i, y_i) = s_n \bar{f}_n(\bar{x}_i, \bar{y}_i) = 0 \tag{4.14}$$

Afin eşdeğer örtük polinomların ayrıştırılmasıyla bulunan noktaların hangilerinin birbirleriyle eşleştirileceğini bulmak, dönüşümün bulunması için en önemli noktadır. Afin eşdeğer $f_n(x_i, y_i) = 0$ ve $\bar{f}_n(\bar{x}_i, \bar{y}_i) = 0$ örtük polinomların ayrıştırılması sonucunda elde edilen k tane (x_i, y_i) ve (\bar{x}_i, \bar{y}_i) ilişkili noktalarından hangilerinin eşleştiğini bulmak için noktaların fonksiyondan aldığı değerlerden faydalanılır.

$$f_n(x_i, y_i) = z_i \quad ve \quad \bar{f}_n(\bar{x}_i, \bar{y}_i) = \bar{z}_i \quad (4.15)$$

(4.15) eşitliğinden yararlanarak s_n 'i hesaplayabiliriz.

$$s_n = \frac{z_i}{\bar{z}_i} = \frac{\sum_{i=1}^k z_i}{\sum_{i=1}^k \bar{z}_i} \quad (4.16)$$

Birbirine giden noktaların bulunması için noktaların polinomda aldığı değerler sıralanır ve bu sıralamaya göre eşleştirilirler [4, 5]. Karakter modelimizdeki ilişkili noktaları $z_1 < z_2 < \dots < z_k$ olarak sıralarsak, sınıflandırılacak olan karakterin ilişkili noktaları s_n 'in pozitif ve negatif değerine göre aşağıdaki şekilde sıralanır.

$$\bar{z}_1 < \bar{z}_2 < \dots < \bar{z}_k \quad eger \quad s_n > 0 \quad (4.17)$$

$$\bar{z}_1 > \bar{z}_2 > \dots > \bar{z}_k \quad eger \quad s_n < 0 \quad (4.18)$$

Bölüm 5

TANIMA ve SINIFLANDIRMA

5.1 Kanonik Gösterim ve Kanonik Değişmezler

Karakter tanıma sisteminde, bir karakteri diğerlerinden ayırmak için karakteristik farklılıklara değişkenlik göstermeyen özelliklerinin belirlenmesi gerekir. Cisme ait bu özelliklere invariant (değişmez) denir. Eğer verilen karakterleri tanımlayacak invariantlar bulunabilirse, karakterler karşılaştırılabilir. Çalışmada karakterleri birbirlerinden ayırmak için kanonik değişmezler kullanılmıştır.

$f_n(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ birbirleriyle afin ilişkili cebirsel eğriler olsun. Bu eğrilere ait birbiriyle eşleşen 3 tane ilişkili nokta arasındaki A dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi tanımlanabilir [3, 4].

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_T = A \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \bar{x}_3 \\ \bar{y}_1 & \bar{y}_2 & \bar{y}_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\bar{T}} \implies A = T\bar{T}^{-1} \quad (5.1)$$

$f_n(x, y) = 0$ 'ın ilişkili 3 noktası ile kanonik dönüşüm matrisini elde edebiliriz.

$$A_c = \begin{bmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_3 & x_3 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_3 & y_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_T \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}_E \quad (5.2)$$

A_c kanonik dönüşüm matrisinin, $f_n(x, y) = 0$ monik cebirsel eğrisine uygulanmasıyla cebirsel eğrinin $f_n^c(x, y) = 0$ kanonik gösterimi elde edilir. s_c skaler olmak

üzere, $f_n(x, y) = 0$ ve onun kanonik temsili olan $f_n^c(x, y) = 0$ arasındaki ilişki aşağıdaki gibi gösterilir [3, 4].

$$f_n(x, y) = 0 \xrightarrow{A_c} s_c f_n^c(x, y) = 0 \quad (5.3)$$

Aynı şekilde $\bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ eğrisinin ilişkili noktaları bize $\bar{A}_c = \bar{T}E$ kanonik dönüşüm matrisini verecektir.

$$\bar{A}_c = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 - \bar{x}_3 & \bar{x}_2 - \bar{x}_3 & \bar{x}_3 \\ \bar{y}_1 - \bar{y}_3 & \bar{y}_2 - \bar{y}_3 & \bar{y}_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \bar{x}_3 \\ \bar{y}_1 & \bar{y}_2 & \bar{y}_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\bar{T}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}_E \quad (5.4)$$

\bar{s}_c skaler olmak üzere, $\bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ ve onun kanonik temsili olan $\bar{f}_n^c(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ arasındaki ilişki aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0 \xrightarrow{\bar{A}_c} \bar{s}_c \bar{f}_n^c(\bar{x}, \bar{y}) = 0 \quad (5.5)$$

Teorem 5.6. [3, 4] $f_n(x, y) = 0$ ile $\bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ eğrileri, ancak ve ancak, bu eğrilerin kanonik formları olan $f_n^c(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_n^c(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ eğrileri birbirlerine eşit ise afin ilişkilidir. Afin dönüşüm matrisi:

$$A = T\bar{T}^{-1} = A_c E^{-1} E A_c^{-1} = A_c \bar{A}_c^{-1} \quad (5.7)$$

olarak hesaplanır.

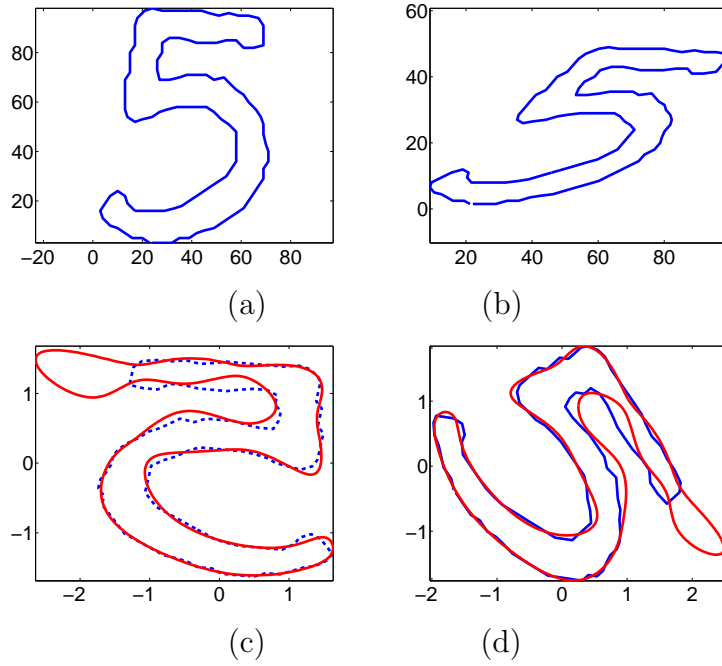
Örnek: Birbirleriyle afin ilişkili iki karakter seti, kapalı polinomlar ile modellenmiş ve aşağıdaki monik katsayı vektörleri ile gösterilmişlerdir.

$f_6(x, y) = 0$ cebirsel eğrisinin monik katsayı vektörü:

$$\begin{aligned} & [1.0 \ 1.416 \ 1.903 \ 3.825 \ 9.853 \ 6.598 \ 9.156 \ 1.032 \ -2.307 \ -4.924 \ -12.117 \\ & -9.264 \ -7.886 \ -1.463 \ -2.731 \ -12.616 \ -10.263 \ -32.227 \ -2.539 \\ & 16.958 \ 18.035 \ 29.495 \ -3.269 \ -4.010 \ 23.265 \ 1.049 \ -23.869 \ 3.462] \end{aligned}$$

$\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ cebirsel eğrisinin monik katsayı vektörü:

$$\begin{aligned} & [1.0 \ 3.119 \ 5.235 \ 5.636 \ 4.738 \ 1.385 \ 0.596 \ -0.910 \ -2.186 \ -4.585 \ -4.143 \\ & -3.604 \ -0.833 \ -4.904 \ -10.706 \ -11.541 \ -6.219 \ -1.926 \ 5.044 \ 7.655 \end{aligned}$$



Şekil 5.1: (a) ve (b) Afın ilişkili 2 rakamının sınır kümeleri S ve \bar{S} (c) ve (d) 6.dereceden $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri uydurulmuş S ve \bar{S} karakter setleri

$$10.903 \ 3.686 \ 5.116 \ 5.844 \ 0.123 \ -6.409 \ -3.354 \ 1.171]$$

$f_6(x, y) = 0$ eğrisinden elde edilen doğruların kesişim noktaları

$$d_1 = (0.03900, 0.0167) \quad d_2 = (0.36810, 0.5832) \quad d_3 = (-0.98800, 0.4287)$$

ve doğruların kesişim noktalarının fonksiyonda aldığı değerler

$$z_1 = 3.1032 \quad z_2 = 0.0767 \quad z_3 = -0.3375$$

olarak elde edilir. İlişkili noktaların fonksiyonda aldığı değerler $z_1 < z_2 < z_3$ şekline sıralanır.

Aynı şekilde $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ eğrisi ayrıştırılırsa;

$$\bar{d}_1 = (0.32650, 0.6116) \quad \bar{d}_2 = (-0.01410, 0.0451) \quad \bar{d}_3 = (0.8469, -0.5888)$$

$$\bar{z}_1 = -0.0415 \quad \bar{z}_2 = 1.1085 \quad \bar{z}_3 = -0.1708$$

değerleri elde edilir.

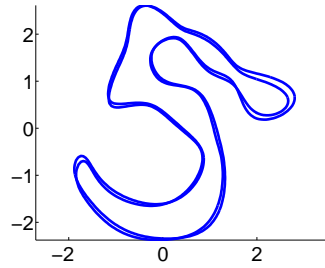
s_n 'in pozitif yada negatif değerine göre z_i 'ler $\bar{z}_1 < \bar{z}_2 < \bar{z}_3$ yada $\bar{z}_1 > \bar{z}_2 > \bar{z}_3$ olarak sıralanır. Birbiriyle eşleşen ilişkili noktalar aşağıdaki şekilde A_c ve \bar{A}_c kanonik

dönüşüm matrisini oluştururlar.

$$A_c = \begin{bmatrix} -1.0269 & 0.3292 & 0.0390 \\ 0.4120 & 0.5665 & 0.0167 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\bar{A}_c = \begin{bmatrix} 0.8611 & 0.3406 & -0.0141 \\ -0.6338 & 0.5666 & 0.0451 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$f_6(x, y) = 0$ cebirsel eğrisine A_c kanonik dönüşüm matrisi, $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ eğrisine \bar{A}_c kanonik dönüşüm matrisi uygulanması ile $f_6^c(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ kanonik eğrileri (Şekil 5.2) elde edilmiştir.



Şekil 5.2: $f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri

Elde edilen kanonik eğrilerin vektörel gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$C_1 = [1.0 \quad -1.425 \quad 4.692 \quad 0.588 \quad 2.452 \quad 0.825 \quad 0.686 \quad -2.639 \quad 1.877 \quad -3.143 \\ -1.146 \quad -0.011 \quad -1.116 \quad -3.038 \quad -5.749 \quad -11.994 \quad -7.437 \quad -5.570 \quad 10.804 \quad 3.599 \\ 3.848 \quad 8.953 \quad 2.054 \quad 17.892 \quad 8.789 \quad -12.278 \quad -15.345 \quad 3.696]$$

$$C_2 = [1.0 \quad -1.044 \quad 5.542 \quad 1.709 \quad 3.407 \quad 1.447 \quad 0.905 \quad -2.693 \quad 1.220 \quad -4.137 \\ -1.893 \quad -0.657 \quad -1.567 \quad -3.368 \quad -8.523 \quad -16.181 \quad -11.354 \quad -7.083 \quad 12.703 \quad 6.912 \\ 7.774 \quad 12.336 \quad 2.390 \quad 23.249 \quad 10.3725 \quad -16.582 \quad -20.852 \quad 5.676]$$

Sınıflandırılacak olan karakterler, daha önceden oluşturulmuş karakter modelleri ile karşılaştırılır. Karşılaştırma için karakterlerden elde edilen invaryantların benzerlikleri hesaplanır. Benzerlik fonksiyonu sonucu, benzerlik değeri en yüksek olan karakter modeli, sınıflandırmak istediğimiz karaktere karşılık gelir. Benzerlik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\text{benzerlik} = \frac{C_1^T C_2}{\|C_1\| \|C_2\|} \quad (5.10)$$

C_1 , sınıflandırılacak olan karakterin kanonik invaryant vektörü, C_2 ise daha önceden oluşturulmuş karakter modelinin kanonik invaryant vektörüdür. Bu iki kanonik invaryant vektörünün yakınlıkları kontrol edilmektedir. Eğer iki vektör birbirine yakın ise, benzerlik değeri 1'e yakın, aksi durumda ise -1'e yakın olacaktır.

$$-1 \leq \textit{benzerlik} \leq 1 \quad (5.11)$$

Elimizdeki sınıflandırılacak karakterin invaryant vektörü, modellerden hangisi ile en yüksek benzerlik değeri oluşturur ise, bilgisayar sınıflandırılacak olan karakteri, modeldeki karakter olarak tanımlar.

Bölüm 6

DENEY SONUÇLARI

6.1 Sentetik Karakter Dataları ile Yapılan Deneyler

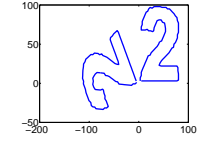
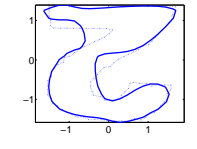
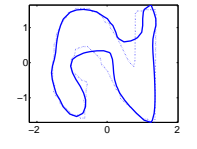
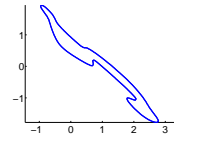
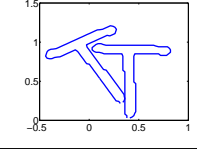
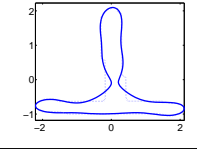
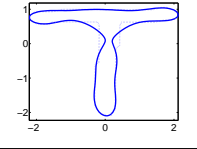
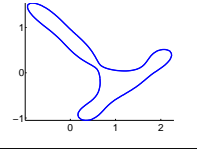
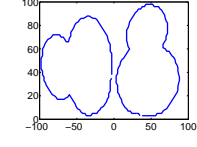
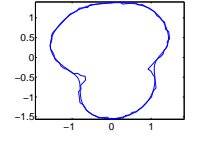
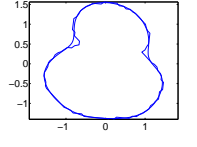
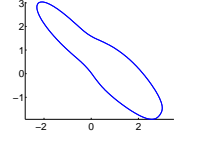
Bu bölümde sentetik karakter dataları ile yapılmış olan deneyler sunulacaktır. Deneylerde, herbir karakter dökümandan ve diğer karakterlerden ayrılmış ve sınır kümeleri belirlenmiştir.

Dönme ilişkili karakter setleri: Deneyde birbiriyle sadece dönme ilişkisi olan karakterlerin benzerlik değerleri incelemiştir. Karakterler arasında A dönme ilişkisi vardır. Karakterlere uygun cebirsel eğriler uydurulduktan sonra, ilişkili noktalar yardımıyla karakterlerin değişmezleri ve karakterler arasındaki benzerlik değerleri hesaplanmıştır. Tablo 6.1'de dönme ilişkili çeşitli karakterler ve benzerlik değerleri gösterilmiştir.

$$A = \begin{bmatrix} -0.5000 & -0.8660 & 0 \\ 0.8660 & -0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

Afin ilişkili karakter setleri: Deneyde birbiriyle afin ilişkili iki karakter setine, ridge regression methodu ile kapalı polinomlar uydurulacak ve karakterlerin kanonik değişmezleri belirlenecek, bu değişmezler ile afin ilişkili karakterlerin benzerlik değeri hesaplanacaktır.

Afin ilişkili karakterler arasında $A = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.4330 & 0 \\ 0 & 0.8660 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$ dönüşüm matrisi vardır.

a	b	c	d	e
				1.000
				1.000
				1.000

Tablo 6.1: Aralarında A dönme ilişkili karakterler ve benzerlik değerleri. (a) Dönme ilişkili iki karakter (b) Normalize edilmiş ve eğri uydurulmuş olan karakter (c) Normalize edilmiş ve eğri uydurulmuş olan diğer karakter (d) Karakterlerin kanonik eğrileri (e) Karakterler arasındaki benzerlik değeri

İki karakter arasında A afin dönüşüm ilişkisi olduğu için, sınır kümeleri normalizasyona tabi tutulur. Normalizasyon esnasında sınır kümeleri merkeze taşınır ve karakterler arasında sadece dönme ilişkisi kalır. Normalizasyon uygulanan sınır kümelerine uydurulan 6. derece eğrilerin (şekil 6.1a-b) monik katsayı vektörleri aşağıdaki gibidir.

$f_6(x, y) = 0$ cebirsel eğrisinin monik katsayı vektörü:

$$[1.0 \quad -0.385 \quad 6.756 \quad 11.569 \quad 14.389 \quad 7.784 \quad 4.856 \quad -1.000 \quad 10.355 \quad 9.616 \quad 10.968 \quad -2.252 \\ -5.658 \quad -0.191 \quad -15.400 \quad -36.405 \quad -21.839 \quad -9.977 \quad -5.799 \quad -26.920 \quad 6.535 \\ 5.287 \quad 10.053 \quad 18.768 \quad 4.555 \quad 4.930 \quad 4.953 \quad -0.564]$$

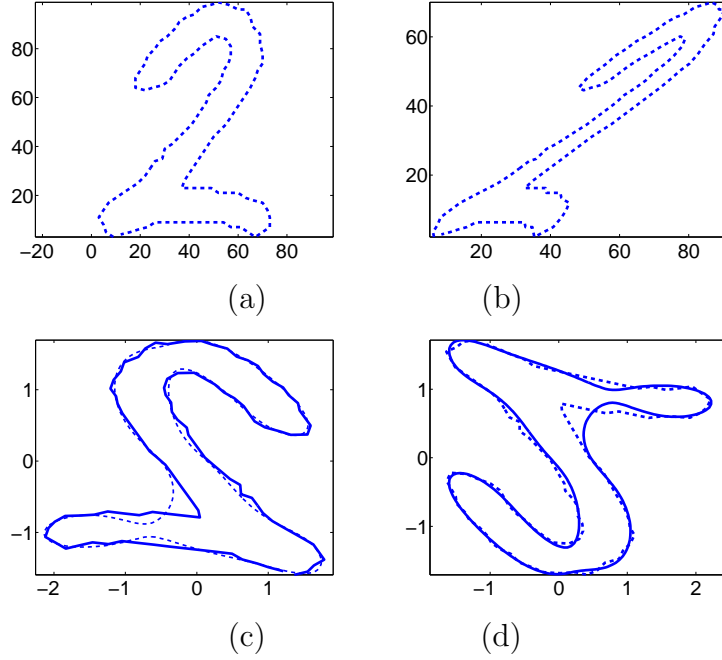
$\bar{f}_6(x, y) = 0$ cebirsel eğrisinin monik katsayı vektörü:

$$[1.0 \quad 0.028 \quad 8.379 \quad 12.824 \quad 14.495 \quad 7.625 \quad 4.394 \quad -0.541 \quad 11.434 \quad 9.244 \quad 9.364 \quad -4.155 \\ -5.520 \quad -0.882 \quad -18.649 \quad -37.221 \quad -20.184 \quad -8.530 \quad -7.109 \quad -26.865 \\ -3.914 \quad 5.472 \quad 10.979 \quad 18.381 \quad 3.264 \quad 5.309 \quad 4.813 \quad -0.516]$$

Ayrıştırma teoremi yardımıyla $f_6(x, y) = 0$ eğrisi

$$f_6(x, y) = \Pi_6(x, y) + \gamma_4 \Pi_4(x, y) + \gamma_2 \Pi_2(x, y) + \gamma_0 \Pi_0(x, y) = L_1(x, y)L_2(x, y)$$

$$L_3(x, y)L_4(x, y)L_5(x, y)L_6(x, y) + \gamma_4 L_7(x, y)L_8(x, y)L_9(x, y)L_{10}(x, y) +$$



Şekil 6.1: (a) ve (b) Afın ilişkili 2 rakamının sınır kümeleri S ve \bar{S} (c) ve (d) 6.dereceden $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri uydurulmuş S ve \bar{S} karakter setleri

$$\gamma_2 L_{11}(x, y) L_{12}(x, y) + \gamma_0 = 0, \quad (6.1)$$

$\gamma_4, \gamma_2, \gamma_1$ ve γ_0 skaler katsayıları, ve $\Pi_0(x, y) = 1$ olacak şekilde ayrılır.

$f_6(x, y) = 0$ eğrisinden elde edilen doğruların kesişim noktaları ve doğruların kesişim noktalarının fonksiyonda aldığı değerler

$$d_1 = (-0.3368, 0.8773) \quad d_2 = (0.9825, -0.3790) \quad d_3 = (-0.6452, -0.6596)$$

$$z_1 = 0.1979 \quad z_2 = 7.9244 \quad z_3 = 2.2030$$

olarak bulunmuştur. İlişkili noktaların fonksiyonda aldığı değerler $z_1 < z_2 < z_3$ şekline sıralanır.

Aynı şekilde $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ eğrisi ayrıştırılırsa;

$$\bar{d}_1 = (-0.3146, 0.9203) \quad \bar{d}_2 = (0.9823, -0.4308) \quad \bar{d}_3 = (-0.6727, -0.6357)$$

$$\bar{z}_1 = -0.1588 \quad \bar{z}_2 = 8.2700 \quad \bar{z}_3 = 2.1479$$

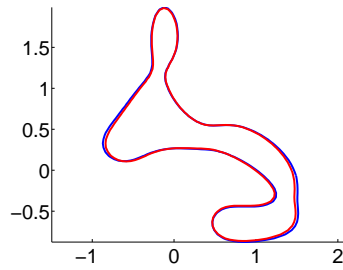
değerleri elde edilir.

s_n 'in pozitif yada negatif değerine göre z_i 'ler $\bar{z}_1 < \bar{z}_2 < \bar{z}_3$ yada $\bar{z}_1 > \bar{z}_2 > \bar{z}_3$ olarak sıralanır. Birbiriyle eşleşen ilişkili noktalar aşağıdaki şekilde A_c ve \bar{A}_c kanonik dönüşüm matrisini oluştururlar.

$$A_c = \begin{bmatrix} -1.3193 & -1.6277 & 0.9825 \\ 1.2564 & -0.2806 & -0.3790 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$\bar{A}_c = \begin{bmatrix} -1.2969 & -1.6549 & 0.9823 \\ 1.3512 & -0.2049 & -0.4308 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$f_6(x, y) = 0$ cebirsel eğrisine A_c kanonik dönüşüm matrisi, $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ eğrisine \bar{A}_c kanonik dönüşüm matrisi uygulanması ile $f_6^c(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ kanonik eğrileri (şekil 6.2) elde edilmiştir. Benzerlik fonksiyonu sonucu, iki karakter arasındaki benzerlik değeri $r=0.998$ olarak bulunmuştur.



Şekil 6.2: $f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri

Elde edilen kanonik eğrilerin vektörel gösterimi aşağıdaki gibidir.

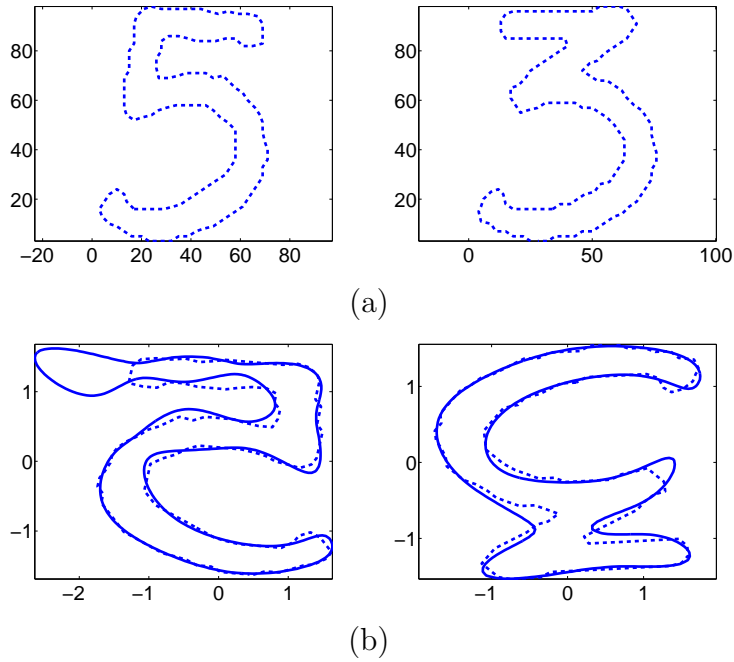
$$C_1 = [1.0 \ 4.117 \ 11.233 \ 15.646 \ 13.661 \ 4.508 \ 1.354 \ -2.306 \ -7.803 \ -18.653 \ -19.923 \\ -10.996 \ -4.059 \ 0.745 \ 2.802 \ 8.439 \ 9.089 \ 2.814 \ 1.021 \ 0.121 \ -2.014 \ 0.623 \ -0.454 \ 0.630 \\ 0.0523 \ -0.145 \ -0.822 \ 0.159]$$

$$C_2 = [1.0 \ 4.333 \ 11.670 \ 16.218 \ 13.838 \ 4.664 \ 1.344 \ -2.323 \ -8.356 \ -19.490 \ -20.671 \\ -11.419 \ -4.046 \ 0.864 \ 3.409 \ 9.159 \ 9.358 \ 2.912 \ 0.8703 \ -0.098 \ -2.035 \ 0.479 \ -0.414 \\ 0.565 \ 0.016 \ -0.139 \ -0.745 \ 0.1491]$$

Bazı afin ilişkili karakterlerin kanonik invariantları bulunmuş ve aralarındaki benzerlik değerleri hesaplanmıştır. Deney sonuçları tablo-2'de gösterilmektedir. Karakterler arasında A dönüşüm matrisi ilişkisi vardır.

$$A = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.5090 & 0 \\ 0 & 0.8090 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

Afin ilişkili olmayan karakter setleri: Deneyde aralarında afin ilişki olmayan farklı karakterlerin kanonik invariantları ve benzerlik değerleri hesaplanacaktır. İlk olarak karakter setlerine (şekil 6.3a) kapalı cebirsel eğriler oturtulmuştur.



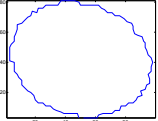
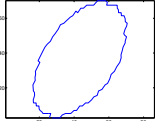

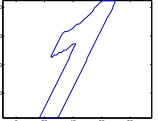

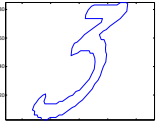

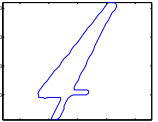

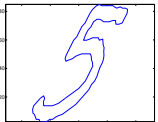
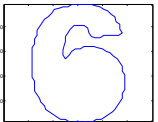

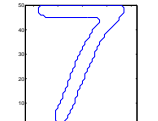
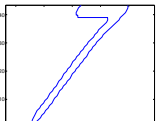
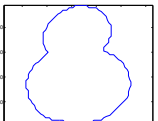
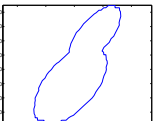
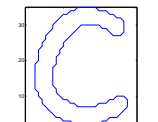
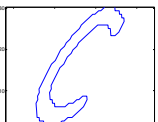
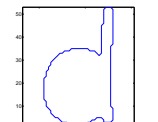
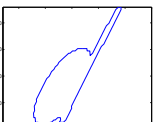
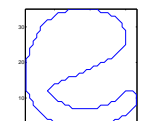
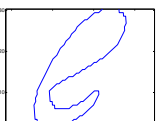
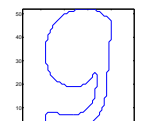
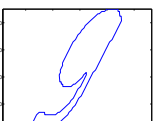
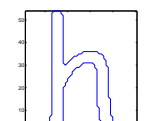
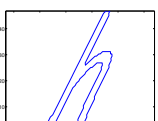
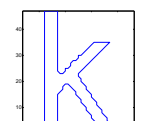
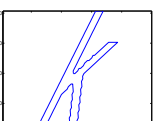
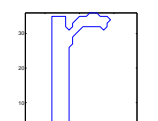
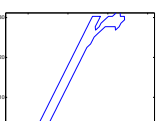
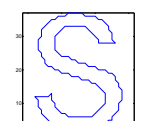
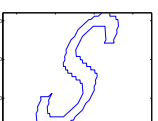
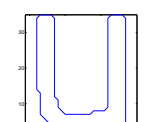
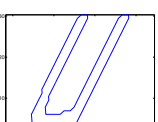
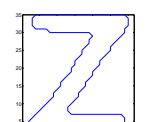
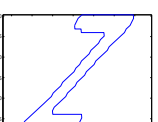
Şekil 6.3: (a) İki farklı karakter sınır kümesi S ve \bar{S} (b) S ve \bar{S} sınır kümelerine oturtulan $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri

Karakterlerin sınır kümelerine oturtulan 6.dereceden $f_6(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_6(x, y) = 0$ eğrileri, şekil 6.3b'de görülmektedir. Oturtulan eğrilerden elde edilen ilişkili noktalar ile eğrilerin kanonik değişmezleri hesaplanmıştır. Aşağıdaki vektörler karakterlerin kanonik değişmez vektörleridir.

S karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

$$\begin{bmatrix} 1.0 & -1.425 & 4.692 & 0.588 & 2.451 & 0.825 & 0.685 & -2.638 & 1.876 & -3.142 & -1.146 & -0.011 & -1.115 \\ -3.038 & -5.749 & -11.993 & -7.436 & -5.570 & 10.803 & 3.599 & 3.847 & 8.952 & 2.053 & 17.892 & 8.788 \end{bmatrix}$$

Tablo 6.2: Bazı karakterlerin A dönüşüm matrisi altında hesaplanmış benzerlik değeri. (a)(d) Karakter (b)(e) Karakterin afin dönüşüm geçirmiş hali (c)(f) Afin ilişkili karakterler arasındaki benzerlik değeri

a	b	c	d	e	f
		1.000			0.9982
		0.9998			0.9381
		0.9953			0.9742
		0.9990			0.9307
		0.9834			0.9738
		0.8507			0.9964
		0.9905			0.9982
		0.9800			0.9889
		0.9963			0.9971

−12.278 − 15.345 3.695]

\bar{S} karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

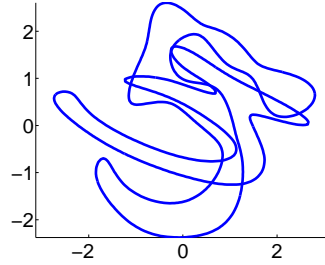
[1.0 8.870 38.057 90.114 136.944 110.803 43.2381 −3.501 −25.225 −87.187 −173.084

−201.931 −106.821 −5.620 −35.530 −86.426 −86.146 −15.681 26.576 112.571 228.475

175.219 − 1.617 − 6.103 − 60.204 − 45.1552 − 59.657 25.548]

Kanonik değişmezlerin aralarındaki benzerlik değeri ise $r = 0.3914$ olarak hesaplanmıştır.

$f_6^c(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ eğrileri, Şekil 6.4'de görülmektedir.

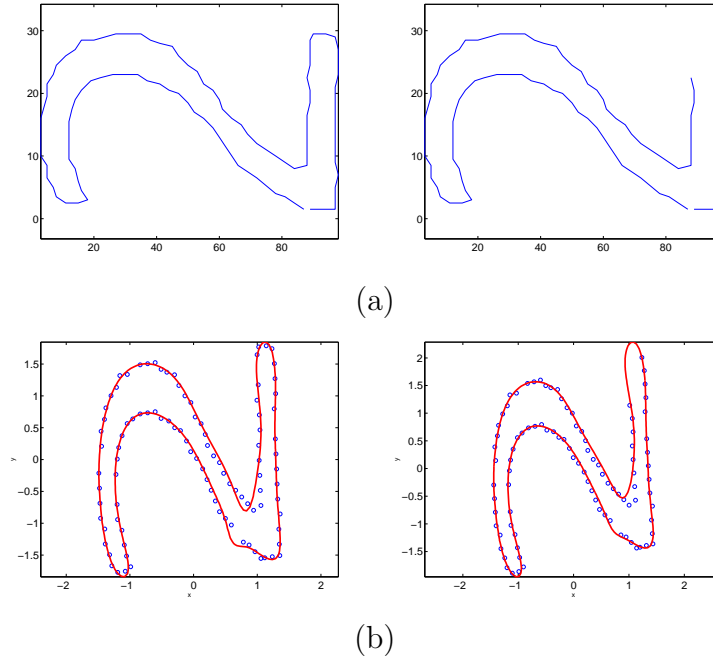


Şekil 6.4: $f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri

Deneyler sonucunda, birbiriyle afin ilişki olan karakterlerin benzerlik değerlerinin 1'e çok yakın olduğunu görüyoruz. Farklı karakterler, yani aralarında afin bir ilişki olmayan karakterlerin benzerlik değerleri ise 1'den oldukça uzaktır. Sonuç olarak, karakter datalarına uydurulan eğrilerden elde edilen kanonik değişmezler kullanılarak, karakterler birbirlerinden ayırt edilebilir.

Veri kaybına uğratılmış karakter setleri: Karakter tanıma sisteminde, karakterlerin sınır kümelerinin bir kısmı çeşitli etkenlerle hasar görmüş olabilir. Kanonik invariantların bu gibi durumlarda da sağlımlığını ve ayırt etme gücünü gösterebilmek için, veri kaybına uğratılmış karakterler üzerinde deneyler yapılmıştır. Çeşitli karakterler %5, %10 ve %15'lik veri kaybına uğratılmış ve modeller ile karşılaştırılarak benzerlik değerleri hesaplanmıştır.

Şekil 6.5a, %5'lik veri kaybına uğratılmış 2 rakamının sınır kümelerini, Şekil 6.5b, sınır kümelerine uydurulan $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrilerini, Şekil 6.6 ise bu eğrilerden



Şekil 6.5: (a) 5%'lik veri kaybına uğratılmış karakterin sınır kümeleri S ve \bar{S} (b) S ve \bar{S} sınır kümelerine oturtulan $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri

elde edilen $f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrilerini göstermektedir. Elde edilen kanonik değişmezlerin vektörel gösterimi aşağıdaki şekildedir.

S karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

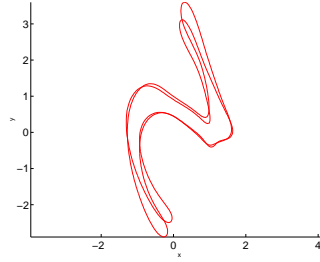
$$[1.0 \ 2.039 \ 3.504 \ 2.072 \ 1.386 \ 0.321 \ 0.061 \ -2.281 \ -3.191 \ -2.926 \ -1.789 \ -0.649 \\ -0.161 \ -1.958 \ -6.583 \ -7.658 \ -3.721 \ -0.957 \ 6.649 \ 8.798 \ 4.683 \ 2.193 \ -1.159 \\ 5.418 \ 3.699 \ -4.227 \ -6.4283 \ 1.905]$$

\bar{S} karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

$$[1.0 \ 1.403 \ 2.947 \ 1.157 \ 1.091 \ 0.200 \ 0.050 \ -2.204 \ -2.030 \ -1.868 \ -1.101 \ -0.369 \ -0.127 \\ -1.339 \ -5.258 \ -5.550 \ -2.775 \ -0.782 \ 5.106 \ 6.024 \ 2.395 \ 1.668 \ -1.303 \ 4.403 \\ 3.175 \ -2.425 \ -4.577 \ 1.100]$$

%5'lik veri kaybına uğratılmış karakterin, modeli ile arasındaki benzerlik değeri $r = 0.9922$ olarak hesaplanmıştır.

%5, %10 ve %15'lik veri kaybına uğratılmış karakterlerin, modelleri ile aralarındaki benzerlik değerleri tablo 6.3'de özetlenmiştir. Deney sonuçları bize, makul oranda veri



Şekil 6.6: $f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri

kaybına uğratılmış karakterlerin kapalı polinomlar kullanılarak tanımlanabileceğini göstermiştir.

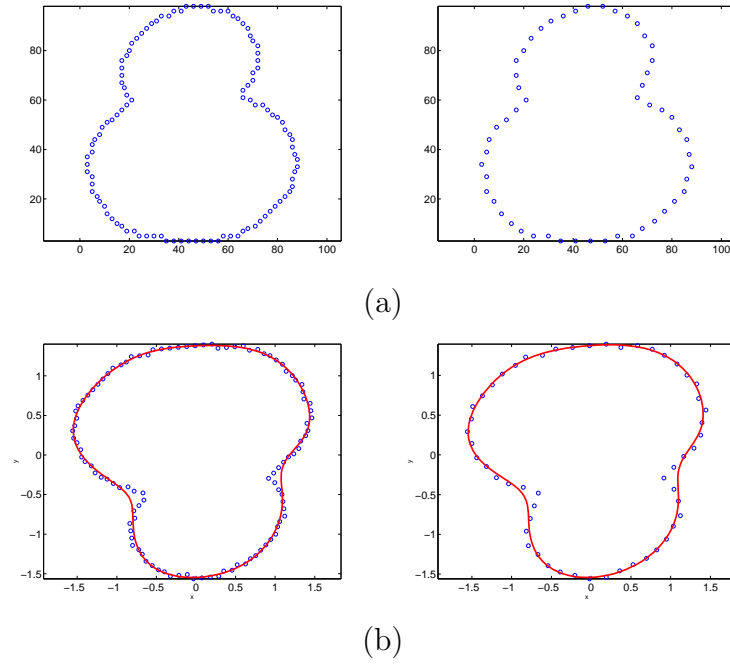
Digits	% 5	%10	%15
1	0.9998	0.6871	0.6300
3	0.8850	0.6193	0.5254
4	0.9607	0.8997	-0.6732
5	0.9077	0.6693	0.2652
6	0.9912	0.6554	0.0519
8	0.9951	0.9565	0.3381

Tablo 6.3: 5% 10% ve 15% kayıp sınır kümeli karakterlerin benzerlik değerleri

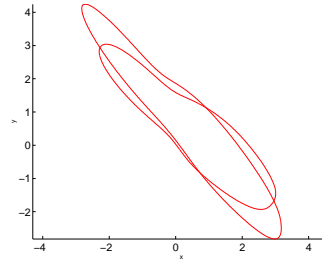
Farklı oranlarda örneklenmiş karakter setleri: Kanonik değişmezlerin sağlamlığı ve ayırım gücü çeşitli oranlarda yeniden örneklenmiş karakterler üzerinde test edilmiştir. Deneyde çeşitli karakterler yeniden örneklenmiş ve kanonik değişmezleri hesaplanmıştır.

Şekil 6.7a, 8 rakamını ve %50 oranında yeniden örneklenmiş 8 rakamını göstermektedir. Sınır kümelerine uydurulmuş $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ kapalı eğrileri, şekil 6.7b'de, $f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri ise şekil 6.8'de görülmektedir. Elde edilen kanonik değişmezlerin vektörel gösterimi aşağıdadır. S karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

[1.0 4.653 10.075 13.567 12.181 6.654 1.652 -3.755 -13.817 -24.020 -26.677 -18.526
-5.862 4.688 12.381 17.119 16.207 7.180 - 3.839 - 8.356 - 8.384 - 4.282 3.908 8.072
3.334 - 3.508 - 2.695 0.075]



Şekil 6.7: (a) S ve 50% oranında azaltılarak örneklenmiş yeni data seti \bar{S} (b) S ve \bar{S} karakter setlerine uydurulmuş $f_6^c(x, y)$ ve $f_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri



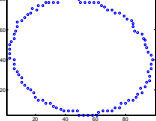
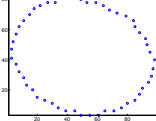
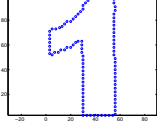
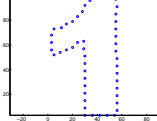



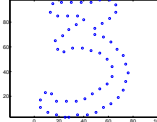
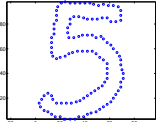
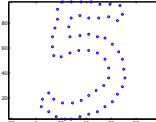
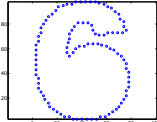
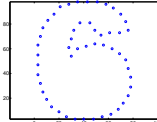
Şekil 6.8: $f_6^c(x, y)$ ve $f_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrilerinin beraber gösterimi

\bar{S} karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

$$[1.0 \ 4.171 \ 7.551 \ 7.709 \ 4.780 \ 1.734 \ 0.289 \ -3.512 \ -11.699 \ -16.509 \ -12.781 \ -5.622 \\ -1.135 \ 4.330 \ 10.683 \ 10.975 \ 6.108 \ 1.598 \ -3.219 \ -6.069 \ -4.427 \ -1.386 \ 2.665 \ 4.352 \\ 1.712 \ -2.104 \ -1.620 \ 0.205]$$

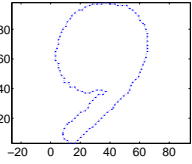
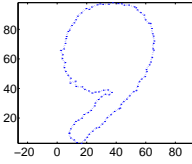
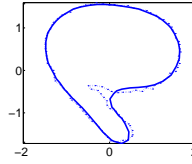
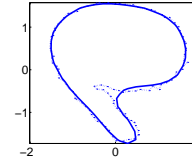
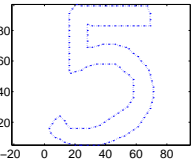
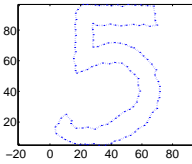
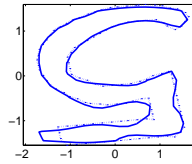
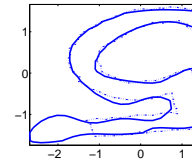
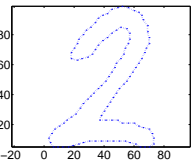
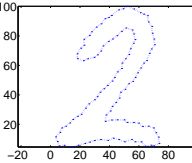
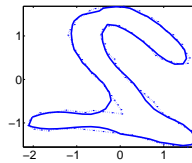
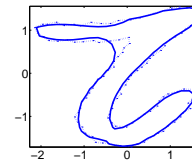
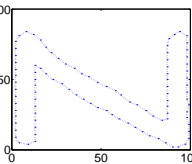
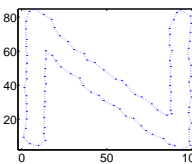
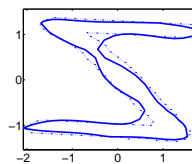
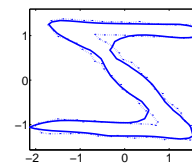
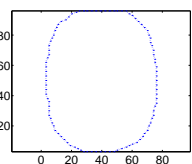
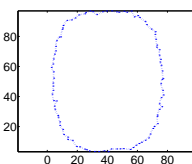
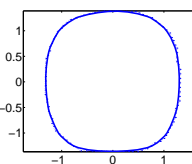
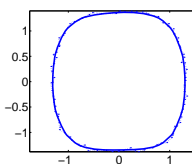
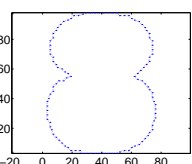
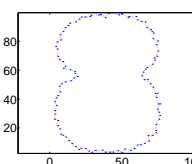
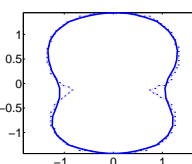
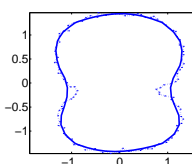
Benzerlik değeri $r = 0.9513$ olarak hesaplanmıştır.

Karakter setleri %50 oranında azaltılarak yeniden örneklenmiş ve modeller ile karşılaştırılarak benzerlik değerleri hesaplanmıştır (tablo 6.4).

a	b	c	d	e	f	
		0.9962			0.8680	
						0.9654
						
		0.8845				
		0.9973				

Tablo 6.4: Yeniden örneklemiş karakter setleri ve benzerlik değerleri (a)(d) Karakter modeli (b)(e) %50 oranında yeniden örneklenmiş olan karakter (c)(f) Karakterler arasındaki benzerlik değeri

Gaussian Gürültü eklenmiş karakter setleri: Bu deneyde verilen sınır kümelerine ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenerek yeni sınır kümeleri oluşturulmuştur. Gerçek sınır kümesine uydurulan eğriyle, gaussian gürültülü yeni sınır kümelerine uydurulan eğrilerin kanonik invaryantları bulunmuş ve benzerlik değerleri hesaplanmıştır. Bakınız tablo 6.5.

a	b	c	d	e
				0.7558
				0.9385
				0.9010
				0.9652
				0.8707
				0.9712

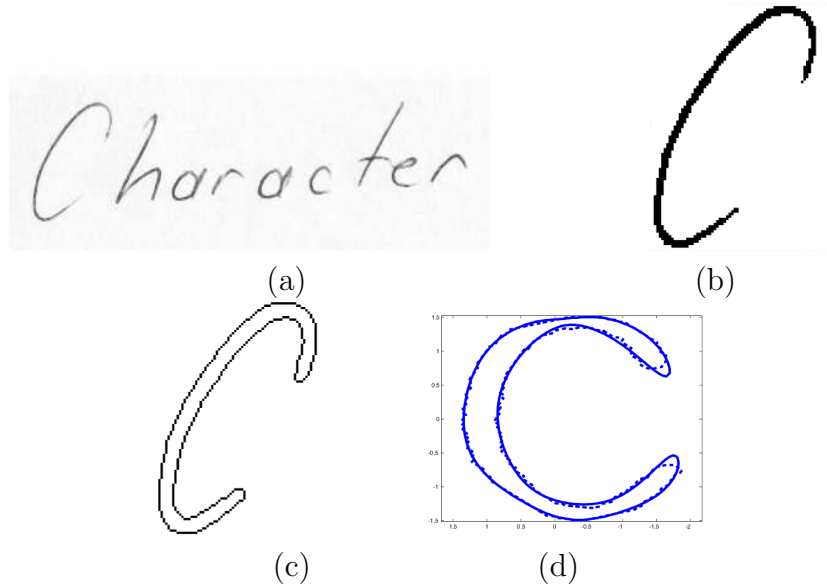
Tablo 6.5: Ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenmiş karakter setleri ve benzerlik değerleri. (a) Karakter modeli (b) Ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenmiş karakter (c) Eğri uydurulmuş olan karakter modeli (d) Eğri uydurulmuş gaussian gürültülü karakter (e) Karakterler arasındaki benzerlik değeri

6.2 Gerçek Karakter Dataları ile Yapılan Deneyler⁴⁴

Bu bölümde farklı kişilere yazdırılan çeşitli karakterler (şekil 6.15) ile deneyler yapılmış ve tanıma başarı oranları hesaplanmıştır. Analog döküman, sayısal görüntüye (şekil 6.9a) çevrildikten sonra, gürültüler azaltılmış, karakterlere ayrılmış (şekil 6.9b) ve karakterlerin sınır kümeleri (şekil 6.9c) belirlenmiştir. Sınır kümelerine kapalı eğriler (şekil 6.9d) uydurulmuştur. Kapalı polinomlardan elde edilen ilişkili noktalardan,

$f_6^c(x, y) = 0$ kanonik eğrileri elde edilmiştir. Kanonik polinomların katsayıları, bize kanonik invaryant vektörünü verecektir.

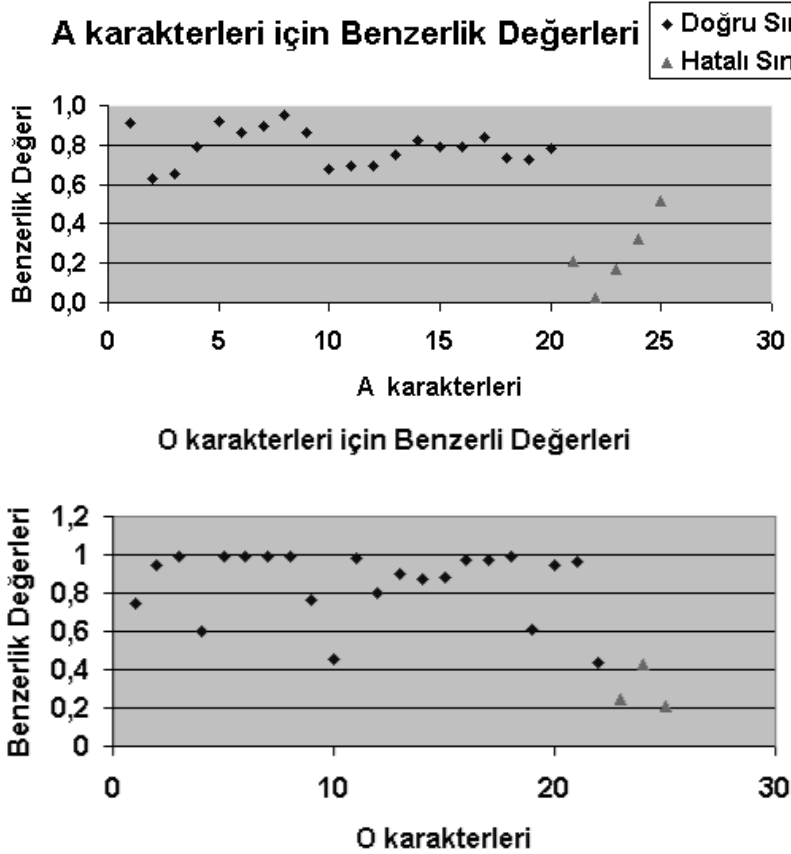
$$C_1 = [1.0 \ 4.117 \ 11.233 \ 15.646 \ 13.661 \ 4.508 \ 1.354 \ -2.306 \ -7.803 \ -18.653 \ -19.923 \\ -10.996 \ -4.059 \ 0.745 \ 2.802 \ 8.439 \ 9.089 \ 2.814 \ 1.021 \ 0.121 \ -2.014 \ 0.623 \ -0.454 \\ 0.630 \ 0.0523 \ -0.145 \ -0.822 \ 0.159]$$



Şekil 6.9: (a) Sayısal görüntü (b) Görüntüden ayrılmış karakter seti S (c) Giriş karakterimizin sınır kümesi S (d) Normalize edilmiş karakter setine uydurulmuş $f_6^c(x, y)$ eğrisi

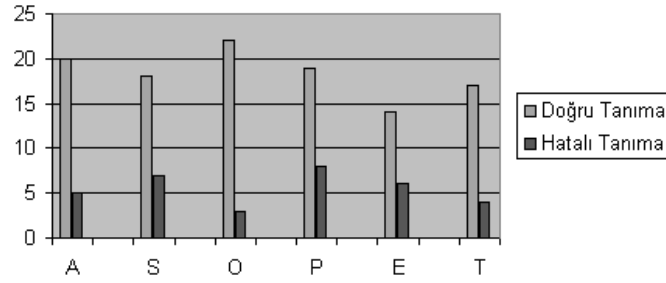
Karakterlerin kanonik değişmezleri, benzerlik değeri altında tüm karakter modelleri ile karşılaştırılırlar. En yüksek benzerlik değerine sahip olan model, giriş karakter-

imiz olarak belirlenir. Şekil 6.16'de deneyde kullanılan karakter modelleri görülmektedir. Şekil 6.10'de çeşitli karakterler için benzerlik değeri dağılımları görülmektedir. Doğru sınıflandırma sonucu benzerlikler 1 değerine yakın bölgede toplanırken, hatalı sınıflandırma sonucu değerler 0 değerine yakın bölgede toplanmaktadır.

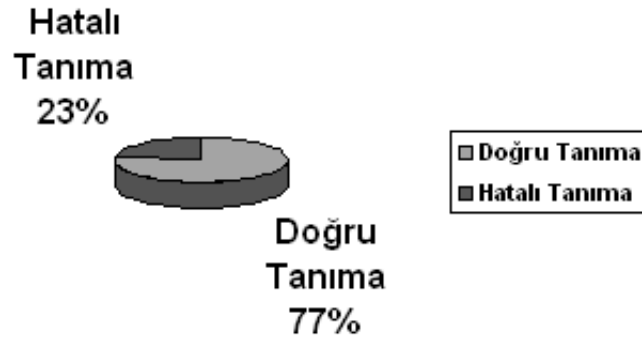


Şekil 6.10: Benzerlik Dağılımları

143 karakter datası ile deney yapılmış ve %77 tanıma başarısı elde edilmiştir. Şekil 6.11a'da çeşitli karakterlerin doğru ve hatalı tanıma oranları, Şekil 6.11b'de ise deneyde kullanılan tüm karakterlerin doğru ve hatalı tanıma oranları gösterilmiştir.



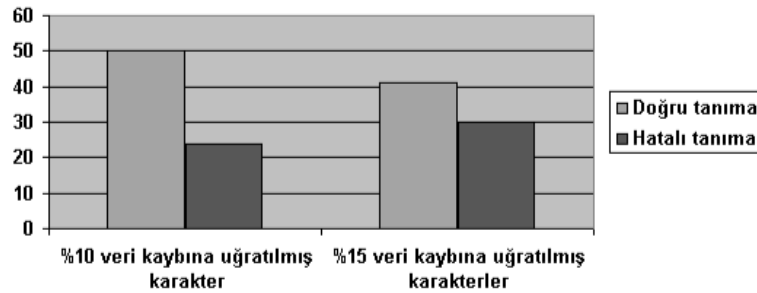
(a)



(b)

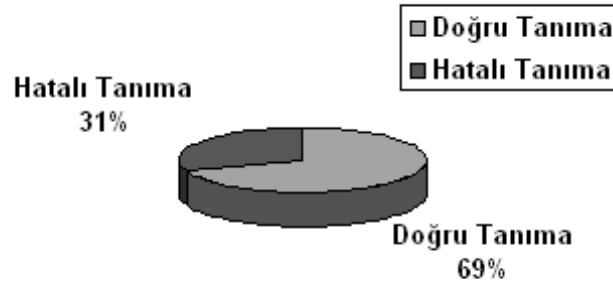
Şekil 6.11: (a) Çeşitli karakterler için tanıma oranları (b) Kapalı polinomlar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı

Bir karakter tanıma sisteminde, sisteme sunulan karakterin bir kısmı çeşitli sebeplerle hasar görmüş olabilir. Kanonik değişmezlerin tanıma gücünü test etmek için veri kaybına uğramış karakter dataları üzerinde deneyler yapılmıştır. %10 ve %15lik veri kaybına uğramış karakterlerin kanonik değişmezleri ve benzerlik değerleri hesaplanmıştır. Şekil 6.12. %10'luk veri kaybı altında %68 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybı altında %58 tanıma başarısı elde edilmiştir.



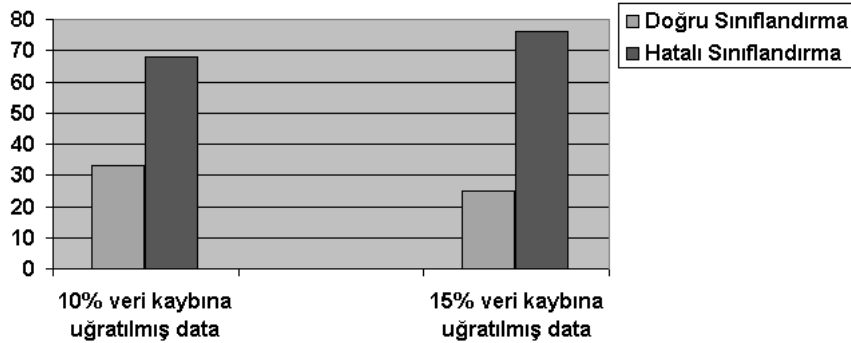
Şekil 6.12: Kapalı polinomları kullanarak %10 ve %15'lik veri kaybı altında doğru ve hatalı tanıma oranları. %10'luk veri kaybında %68 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybında %58 tanıma başarısı elde edilmiştir.

Methodumuzu aynı karakterleri ve aynı karakter modellerini kullanarak aynı koşullar altında fourier tanımlayıcılar ile karşılaştırdık. Deneyde karakterlerin sınır kümeleri fourier tanımlayıcılar ile modellenmiş ve karakter modelleri ile karşılaştırılarak benzerlik değerleri hesaplanmıştır. En yüksek benzerlik değerine sahip karakter, giriş karakteri olarak tanımlanmıştır. Fourier tanımlayıcılar kullanarak elde edilen tanıma başarısı ise %69 olarak bulunmuştur.

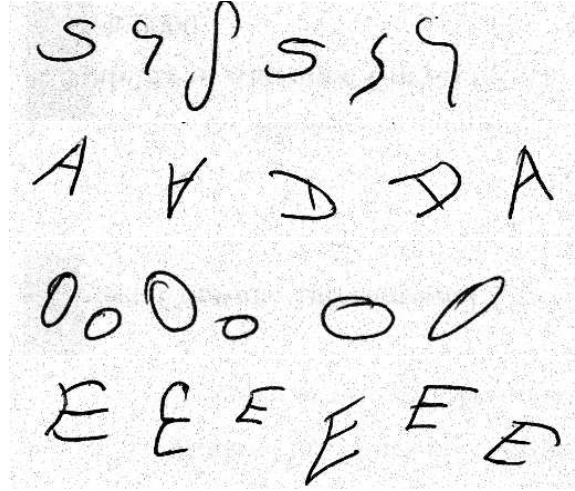


Şekil 6.13: Fourier tanımlayıcılar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı

Veri kaybına uğramış karakterlerin tanınmasında kapalı polinomlar kullanılarak yapılan deneylerde kabul edilebilir düzeyde başarı elde edilmiştir. Aynı deneyler fourier tanımlayıcıları ile yapıldığında, fourier tanımlayıcılarının veri kaybı karşısında başarılı tanıma sonuçları vermediği gözlenmiştir. %10 ve %15'lik veri kaybına uğramış karakterlerin fourier tanımlayıcılar ile tanıma başarıları şekil 6.14'de gösterilmektedir.



Şekil 6.14: Fourier tanımlayıcılar kullanarak %10 ve %15'lik veri kaybı altında doğru ve hatalı tanıma oranları. %10'luk veri kaybında %33 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybında %25 tanıma başarısı elde edilmiştir.



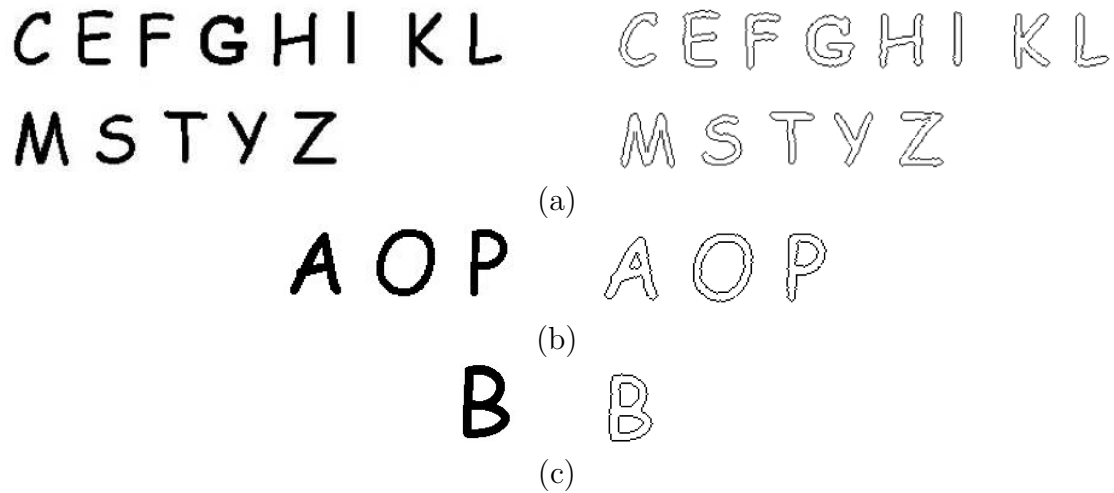
Şekil 6.15: Çalışmada kullanılan bazı karakter örnekleri



Şekil 6.16: Deneyde kullanılan karakter modelleri

6.3 Gerçek Karakter Dataları ve Karakterlerin Tüm Sınır Kümeleri Dikkate Alınarak Yapılan Deneyler

Bu bölümde farklı kişilere yazdırılan çeşitli karakterler ile deneyler yapılmış ve tanıma başarı oranları hesaplanmıştır. Bölüm 6.2'deki deneylerden farklı olarak, karakterlerin hem dış, hem de iç sınır kümeleri dikkate alınmıştır. Şekil 6.17'de de görüleceği gibi karakter modelleri sadece dış sınır kümesine sahip olan karakterler, hem iç, hem dış sınır kümesine sahip olan karakterler ve iki tane iç sınır kümesine sahip olan karakterler olarak 3 bölüme ayrılmıştır.

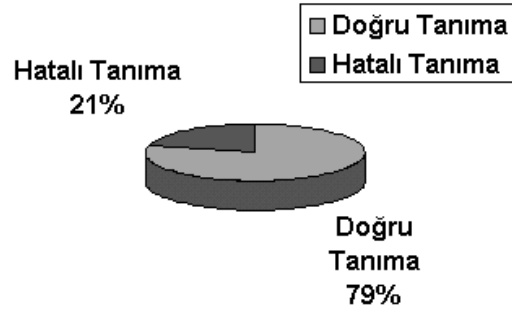


Şekil 6.17: (a) Tek sınır kümesine sahip olan karakterler (b) İç ve dış sınır kümesine sahip olan karakterler (c) Üç sınır kümesine sahip olan karakterler

Karakterler tüm deneylerde olduğu gibi sayısal formata çevrildikten sonra, gürültüden arındırılmış ve birbirlerinden ayrılmışlardır. Sınır kümeleri belirlendikten sonra uygun cebirsel eğriler ile modellenmişlerdir. Cebirsel eğri bilgisinden yararlanılarak, karakterlerin kanonik değişmezleri hesaplanmıştır. Sınıflandırma kısmında karakterler, yukarıda da bahsedildiği gibi, 3 bölüme ayrılmış olan modeller ile karşılaştırılacaktır. Karakter sadece dış sınır kümesine sahip ise şekil 6.17a'daki karakter modelleri ile, iç ve dış sınır kümesine sahip ise şekil 6.17b'deki karakter modelleri ile, iki iç sınır kümesine sahip ise şekil 6.17c'deki karakter modelleri ile karşılaştırılır. Sınıflandırma kısmındaki bu sınırlama, karakter tanıma başarısını arttırmıştır.

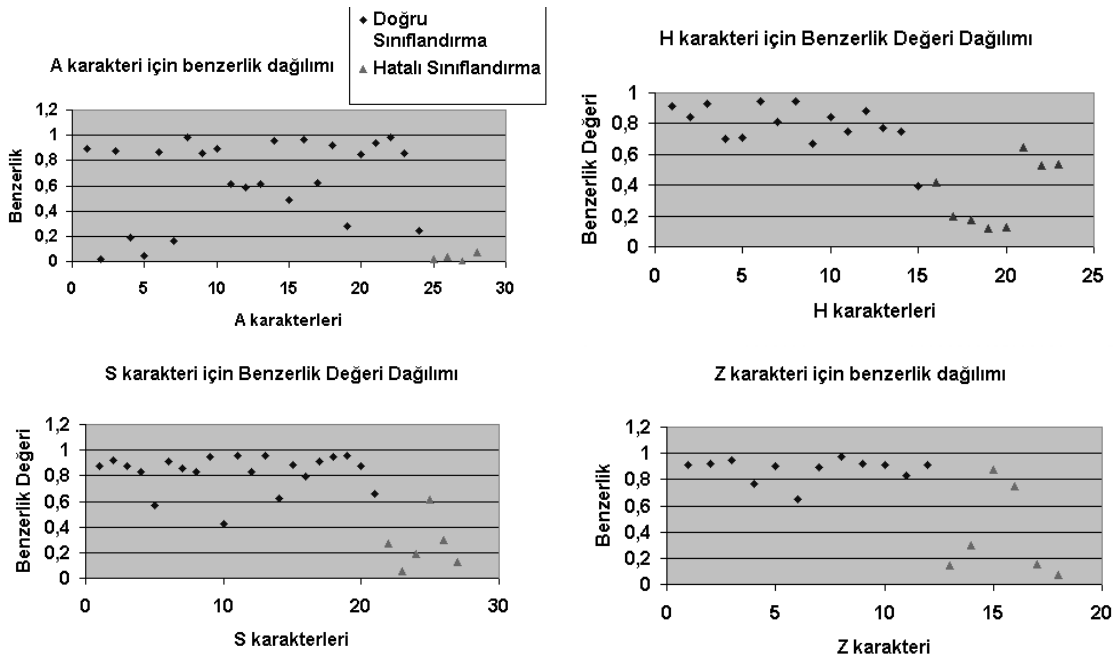
Kanonik değişmezler karakter modelleri ile karşılaştırılarak, benzerlik değeri hesa-

planmıştır. En yüksek benzerlik değerine sahip karakter modeli, giriş karakteri olarak hesaplanmıştır. Toplam 191 karakter daseti ile deney yapılmış ve %79 tanıma başarısı elde edilmiştir. Bakınız şekil 6.18.



Şekil 6.18: Kapalı polinomlar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı

Şekil 6.19'da çeşitli karakterler için benzerlik değeri dağılımları görülmektedir. Doğru sınıflandırma sonucu benzerlikler 1 değerine yakın bölgede toplanırken, hatalı sınıflandırma sonucu değerler 0 değerine yakın bölgede toplanmaktadır.



Şekil 6.19: Benzerlik Dağılımları

Sınıflandırma aşamasında, karakter modellerinin sınır bilgileri doğrultusunda 3 bölüme ayrılması karakter tanıma başarı oranını arttırmıştır. El yazılarının insandan insana farklılık göstermesi sebebiyle, bir karakterin sınır kümesi de farklılık gösterecektir. Bu durumda oluşturduğumuz karakter modelleri yetersiz kalacaktır. Karakter modelleri artırılarak, tanıma başarı oranı yükseltilebilir.



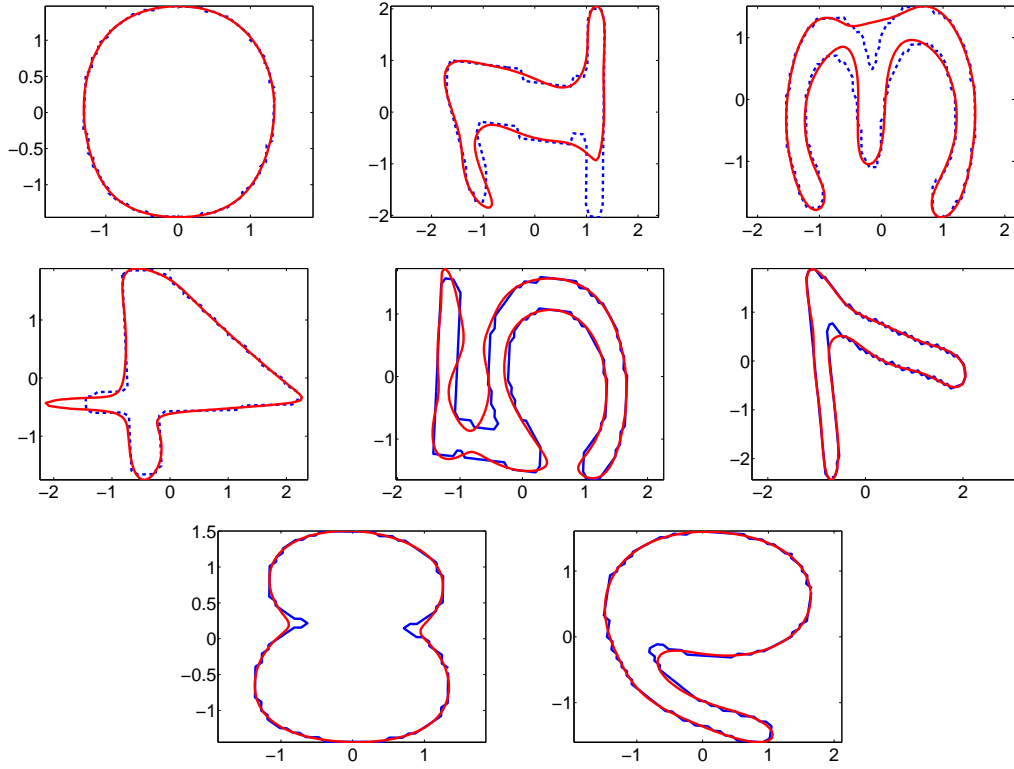
Şekil 6.20: Bir karaktere ait farklı sınır kümeleri (a) Üç sınır kümesine sahip olan B karakteri (b) İki sınır kümesine sahip olan B karakteri

Bölüm 7

RAKAM TANIMA

Teknolojinin ilerlemesi ile birlikte el yazısı karakterlerinin tanınma problemi de gün geçtikçe önem kazanmaktadır. Özellikle bankalarda, kredi kartı ve sigorta şirketlerinde, vergilendirme ve tahsilat işlemlerinde, plaka numaralarını tanımada, postahanelerde posta kodlarını tanımada rakamlarının doğru tanınma oranlarının yüksek olması gereklidir. Fakat el yazılarının çeşitliliği sebebiyle halen bazı problemler mevcuttur ve tanıma başarı oranını arttırmak için bu alandaki çalışmalar sürmektedir. Bu çalışmada el yazısı rakamlarının tanınma probleminin çözümü için kapalı polinomlardan ve rakamların sınır bilgisinden yararlanılacaktır.

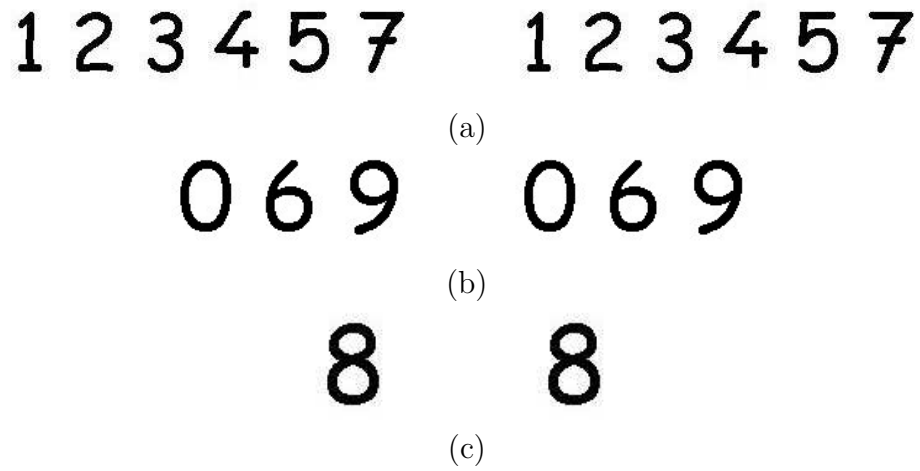
Çalışmada, rakamlara bir eğri uydurma algoritması ile kapalı cebirsel eğriler uydurulmuş, bu eğriler polinomlar ile ifade edilmişlerdir. Bakınız şekil 7.1.



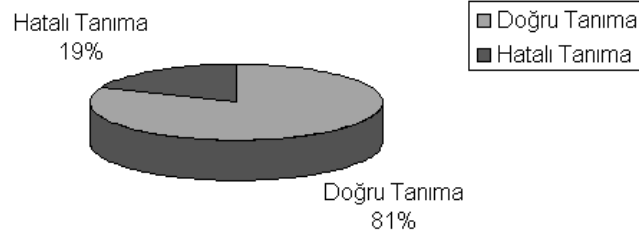
Şekil 7.1: Çeşitli rakamlara uydurulan 6. dereceden eğriler (kalın hat). Deneyler tüm rakamların 6. dereceden eğriler ile modellenebileceğini göstermiştir.

Polinomlar, ayrıştırma teoremi ile daha basit eğriler olan doğru parçalarına ayrıştırılmışlardır ve doğruların kesişim noktalarından elde edilen ilişki noktalar kullanılarak kanonik invaryant hesaplanmıştır. Kanonik invaryantların benzerlik değerleri hesaplanarak rakamlar birbirlerinden ayrılabilir. Rakamları sınıflandırırken, metodumuza ek olarak rakamların sınır bilgilerinden de yararlanılmıştır. Şekil 7.2’de de görüleceği gibi, rakamlar sadece dış sınır kümesine sahip olan rakamlar, hem iç, hem dış sınır kümesine sahip olan rakamlar, iki tane iç sınır kümesine sahip olan rakamlar olarak 3 bölüme ayrılmıştır.

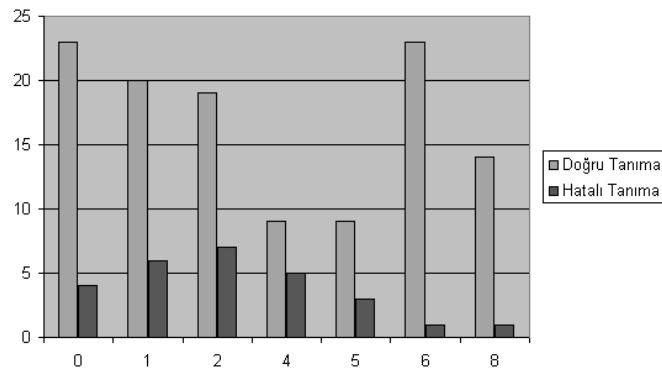
144 karakter datası ile deney yapılmış ve %81 tanıma başarısı elde edilmiştir. Şekil 7.3’de deneyde kullanılan tüm karakterlerin doğru ve hatalı tanıma oranları, şekil 7.4’de ise çeşitli karakterlerin doğru ve hatalı tanıma oranları gösterilmektedir.



Şekil 7.2: (a) Tek sınır kümesine sahip olan rakamlar (b) İç ve dış sınır kümesine sahip olan rakamlar (c) Üç sınır kümesine sahip olan rakamlar



Şekil 7.3: Kapalı polinomlar kullanılarak hesaplanan tanıma başarısı



Şekil 7.4: Çeşitli karakterler için tanıma oranları



Şekil 7.5: Deneyde kullanılan bazı rakam örnekleri

Bölüm 8

SONUÇ

Bu tezde karakter tanıma probleminin çözümü için yeni bir yöntem sunulmuştur. Karakterleri modellemek için cebirsel eğrilerden ve bu eğrilerden elde edilen kanonik invaryantlardan yararlanılmıştır. Çalışmada, karakterlere bir eğri uydurma algoritması ile kapalı cebirsel eğriler uydurulmuştur. Kullanılan eğri uydurma metodu, öklid-yen değişmez bir metod olduğu için, karakter setleri eğri uydurulmadan önce normalize edilmelidir. Uydurulan eğrilerin karaktere uygunluğu ve yakınlığı, tanıma performansını önemli ölçüde etkileyeceği için, pek çok eğri uydurma yöntemine göre daha başarılı olan ridge regression yöntemi kullanılmıştır. 6. dereceden eğrilerin polinomlar ile ifadesinin karmaşıklığından dolayı, polinomlar ayrıştırma teoremi ile daha basit eğriler olan doğru parçalarına ayrıştırılmışlardır. Doğruların kesişim noktalarından elde edilen ilişkili noktalar ile kanonik dönüşüm matrisi ve kanonik değişmezler hesaplanır. Kanonik değişmezler, daha önceden oluşturulmuş karakter modelleriyle karşılaştırılarak bir benzerlik değeri hesaplanır ve karakterler tanımlanır.

Çalışmada hem sentetik hem de gerçek karakter setleri ile deneyler yapılmış, kanonik değişmezlerin sağlamlığı ve ayırım gücü test edilmiştir. Deneylerde tüm karakterlerin 6. dereceden cebirsel eğriler ile modellenebileceği gösterilmiştir.

Sentetik datalar ile yapılan deneylerde, birbirleriyle afin ilişkili ve afin ilişkili olmayan karakter setlerine eğriler uydurulmuş ve kanonik değişmezleri hesaplanmıştır. Karakterlerin benzerlik değerleri hesaplandığında, afin ilişkili olan karakterlerin benzerlik değerlerinin yüksek (1 değerine yakın), afin ilişkili olmayan karakterlerin ise benzerlik değerlerinin 1 değerinden uzak olduğu görülmektedir. Sunulan karakter tanıma

sistemi, dönme, yer değiştirme, yeniden örneklenme ve veri kaybına karşı test edilmiş ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Sistem, %10'a kadar veri kaybına ve %50 oranında azaltılarak yeniden örneklenmiş karakterlere karşı başarı göstermiştir. Sonuç olarak, karakter datalarına uydurulan eğrilerden elde edilen kanonik değişmezler kullanarak, karakterleri birbirinden ayırt edebiliriz.

Gerçek datalar ile yapılan deneylerde farklı kişilerden elde edilmiş 143 karakter datası üzerinde çalışılmış, karakterler daha önceden oluşturulmuş karakter modelleri ile karşılaştırılarak benzerlik değerleri hesaplanmıştır. Benzerlik değerleri sonucu karakterler sınıflandırılmış ve %77 tanıma başarısı elde edilmiştir. %10 veri kaybına uğratılmış karakter dataları ile %68, %15 veri kaybına uğratılış datalar da ise %58 tanıma başarısı elde edilmiştir.

Kapalı cebirsel eğriler kullanarak geliştirilen karakter tanıma metodu, fourier tanımlayıcıları ile karşılaştırılmıştır. Aynı karakterler, aynı modeller ve aynı koşullar kullanılması durumunda fourier tanımlayıcılar kullanılan tanıma sisteminde %69 tanıma başarısı elde edilmiştir. Deney sonuçları, fourier tanımlayıcıların eksik sınır kümesine karşı başarı gösteremediğini ortaya koymuştur. %10 veri kaybına uğratılmış karakter datalarında %33 tanıma başarısı; %15 veri kaybı durumunda ise %25 tanıma başarısı elde edilmiştir.

Tanıma başarısını arttırmak için karakterlerin hem dış, hem de iç sınır kümeleri dikkate alınmıştır. Karakter modelleri dış sınır kümesine sahip olan karakterler, hem iç, hem dış sınır kümesine sahip olan karakterler, iki tane iç sınır kümesine sahip olan karakterler olarak 3 bölüme ayrılmıştır. Böylelikle sınıflandırma işlemi yapılırken sınır kümesi bilgisinin uygun gördüğü model ile karşılaştırma yapılır. Deneyde toplam 191 karakter datası ile deney yapılmış ve %79 tanıma başarısı elde edilmiştir. Bu işlem tanıma başarısını arttırmanın yanısıra, modeldeki karakter sayısını sınırlayarak tanıma hızını arttırır.

Deneyler sınırlı sayıda karakter datası üzerinde yapılmıştır ve olumlu başarılar elde edilmiştir. Sonuç olarak karakterlerin, kapalı polinomlar ile modellenmesi ve kanonik değişmezlerinin bulunması, karakter tanıma probleminin çözümü için başarılı bir metoddur.

Ek A

FOURIER TANIMLAYICI TEORİSİ

Nesne tanımada kullanılan en genel metodlardan bir tanesi fourier tanımlayıcıdır. Görüntü işleme uygulamalarının yanında, çeşitli desen tanıma problemlerinde de kullanılır. Bunlardan birisi de karakter tanımadır. Fourier tanımlayıcılar, nesnenin sınır kümesine fourier dönüşüm uygulanması ile elde edilir. Sınırlı sayıda invaryant ile nesnenin sınır kümesi tanımlanabilir. Fourier tanımlayıcılarının bir diğer avantajı, invaryantlara ters fourier dönüşüm uygulanması ile şeklin sınır küme eğrisi tekrar oluşturulabilir.

Karakterin sınır kümesi 0'dan N-1'e kadar N pikselden oluşsun. Sınır kümelerinin pikselleri kompleks sayılar ile ifade edilebildiğine göre, sınır kümesindeki her bir pikselin sütun ve sıra koordinatları $x + jy$ olarak tanımlanabilir ($j = \sqrt{-1}$). Dikey doğrultu sanal eksen, yatay doğrultu ise reel eksendir. k .pikselin koordinatı (x_k, y_k) olsun. $f(k) = x(k) + iy(k)$ pikselinin fourier transformunu alırsak

$$a_x(v), a_y(v) = F(f(k))$$

fourier transform katsayılarını elde ederiz.

Sürekli fonksiyonlarda fourier dönüşüm ifadesi;

$$F_k = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x + iy)e^{-i2\pi kx} dx \quad (\text{A.1})$$

Ayrık fonksiyonlarda fourier dönüşüm ifadesi;

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x + iy)e^{-\frac{2\pi ikx}{N}} \quad (\text{A.2})$$

Sınır kümesi etrafında defalarca dolaşabileceğimize göre ifade periyodiktir. $e[-jA] = \cos(A) - j\sin(A)$ açılımını kullanırsak, A.2 eşitliği aşağıdaki gibi olur.

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x + iy)(\cos(Ax) - j\sin(Ax)) \quad \text{where } A = \frac{2\pi k}{N} \quad (\text{A.3})$$

$$a(k) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} x(k)(\cos(Ax) - j\sin(Ax))$$

$$b(k) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} y(k)(\cos(Ax) - j\sin(Ax))$$

A.3 eşitliği sonucu elde edilen fourier katsayıları $a(k)$, $b(k)$, pikselleri $x + iy$ olarak ifade edilen sınır kümesinin fourier tanımlayıcıları olarak adlandırılır. Her bir k için invaryant $r(k)$ ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$r(k) = [|a(k)|^2 + |b(k)|^2]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.4})$$

$a(k)$ ve $b(k)$ fourier katsayıları, $r(k)$, $k = 1, 2, \dots, (N - 1)$ invaryant tanımlayıcıdır.

A.1 Geometrik Dönüşümlerin Fourier Tanımlayıcılara Etkisi

Fourier dönüşüme ait olan tüm özellikler, fourier tanımlayıcılar için de kullanılabilir.

Öteleme

Bir karakterin yer değiştirmesi, sınır kümesi üzerindeki tüm $x(k)$ ve $y(k)$ piksellerine, m, n sabit değişkenlerin eklenmesi ile ifade edilebilir.

Fourier dönüşüm ifadesi aşağıdaki şekilde olur.

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} [(x + jy) + (m + jn)] e^{-\frac{2\pi i k x}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} (x + jy) e^{-\frac{2\pi i k x}{N}} + (m + jn) \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi i k x}{N}} \quad (\text{A.5})$$

$$(m + jn) \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi i k x}{N}} = 0 \quad k \neq 0$$

$$(m + jn) \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi i k x}{N}} = (m + jn) \quad k = 0 \quad (\text{A.6})$$

A.6 eşitliğine göre dönme hareketi sadece 0.harmonik bileşenine etki eder. 0. harmonik dışında, fourier tanımlacılar öteleme hareketine karşı karardır.

Dönme

Kompleks düzlemde θ açısı kadar dönme, θ ile çarpım olarak ifade edilir. Koordinat sisteminde orijin etrafında dönme ise, fourier tanımlayıcılarının θ ile çarpımı ile ifade edilebilir.

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} [(x + jy)e^{\theta i}] e^{-\frac{2\pi i k x}{N}} = e^{\theta i} \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} (x + jy) e^{-\frac{2\pi i k x}{N}} \quad (\text{A.7})$$

$r(k)$ invaryantının hesaplanması için, A.7 eşitliğinin mutlak değeri alınacak olursa, $|e^{\theta i}| = 1$ olacaktır. Bu durumda eşitlikten, fourier tanımlayıcılarının dönme hareketine karşı kararlı olduğu görülebilir. Fourier katsayıları $a(k)$ ve $b(k)$ dönmeye karşı kararlı değildir, fakat $r(k)$ invaryantı karardır.

Ölçekleme

Karakterlerin ebatları birbirlerinden farklı olabilir. Bir karakterin ebatının değiştirilmesi, $x(k)$ ve $y(k)$ sınır kümesi noktalarının aynı c katsayısı ile çarpılmasıyla sağlanabilir. Bu durumda fourier dönüşüm ifadesi aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} [c(x + jy)] e^{-\frac{2\pi i k x}{N}} = c \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} (x + jy) e^{-\frac{2\pi i k x}{N}} \quad (\text{A.8})$$

A.8 eşitliğinden de görüldüğü üzere, sınır kümesinin herhangi bir c değişkeni ile ölçeklenmesi, fourier dönüşüme sadece bir çarpan olarak etki edecektir.

ÖZGEÇMİŞ

1978 yılında İzmit'te doğdu. Orta öğrenimini 19 Mayıs Lisesi'nde, lise eğitimini Kocaeli Körfez Fen Lisesi'nde tamamladı. 2000 yılında Dokuz Eylül Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliğinden mezun oldu. 2001 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Bilgisayar Mühendisliği'nde yüksek lisans eğitimine başladı. Halen aynı üniversitede araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

Kaynakça

- [1] S. Doguscu M.& Unel, Character Recognition Using Canonical Invariants, Accepted for publication in Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag, 2004.

M. Unel & W. A. Wolovich, A new representation for quartic curves and complete sets of geometric invariants, International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, December 1999.
- [2] M. Unel & W. A. Wolovich, A new representation for quartic curves and complete sets of geometric invariants, International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, December 1999.
- [3] M. Unel, Polynomial Decompositions for Shape Modelling, Object Recognition and Alignment, PhD Thesis, Brown University, in 1999.
- [4] W. A. Wolovich & M. Unel, The Determination of Implicit Polynomial Canonical Curves, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, October 1998
- [5] M. Unel & W. A. Wolovich, On the Construction of Complete Sets of Geometric Invariants for Algebraic Curves, Advances in Applied Mathematics, Vol. 24, No. 1, pp. 65-187, January 2000.
- [6] N. Arica & F. Yarman-Vural, An Overview of Character Recognition Focused on Off-Line Handwriting, in 2001 May, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews, Vol.31, No.2
- [7] T. Tasdizen & J.P. Tarel & D.B. Cooper, Improving the Stability of Algebraic Curves for Applications, in 2000 March, IEEE Transactions in Image Processing, vol.9, No.3

- [8] Z.Lei & M.M.Blane & D.B. Cooper, 3L Fitting of Higher Degree Implicit Polynomials, in 1996, Third IEEE Workshop Applications of Computer Vision, pp. 148-153
- [9] C. Jeong & D. Jeong, Handwritten Digit Recognition Using Fourier Descriptors and Contour Information, in 1999, IEEE TENCON, vol.6, No.99
- [10] Y. Chung & M. Wong, Handwritten Character Recognition by Fourier Descriptors and Neural Network, in 1997, IEEE TENCON, Speech and Image Technologies for Computing and Telecommunications
- [11] H. Kuo & J. Wang, A New Method for the Segmentation of Mixed Handprinted Chinese/English Characters, in 1993, IEEE, Vol.7, No.93
- [12] S. Madhvanath & G. Kim & V.Govindaraju, Chaincode Contour processing for handwritten Word recognition, in 1999 September, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.21, No.9
- [13] B. Pinkowski, Fourier Descriptors for Characterizing Object Contour, in 1996 International Conference on DSP Applications and Technology, pages 1007-1011. DSP Associates, Boston, MA.
- [14] P.J.G.Lisboa & S.J.Perantonis, Invariant digit recognition by Zernike moments and third-order neural networks, in 1991 Second International Conference on Artificial Neural Networks, pp. 18-20
- [15] C. Liu & K. Nakashima & H. Sako & H. Fujisawa, Handwritten digit recognition using state-of-the-art techniques Frontiers in Handwriting Recognition, in 2002 Eighth International Workshop on Proceedings, pp. 320 -325
- [16] U.M.Erdem & H. Civi & A. Ercil, 2D Object Recognition using Implicit Polynomials and Algebraic Invariants, Proceedings of MELECON'98, V. 1 s. 53-57, May 1998.
- [17] A.Helzer & M.Barzoar & D. Malah, Robust Fitting with Quantied Coefficients to 2D Data, in 2000 International Conference on Pattern Recongition (ICPR'00), vol.3

- [18] D. Keren & D. Cooper, Describing Complicated Objects by Implicit Polynomials, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.16, No.1, 1994
- [19] H. Civi & A. Ercil, Afine Invariant 3L Fitting of Implicit Polynomials, Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.13, No.3, 2003, pp. 489-494
- [20] M.Blane & Z.Lei & H. Civi & D.B.Cooper, The 3L algorithm for Fitting Implicit Polynomial Curves and Surfaces to Data, IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Bol.22, No.3, March 2000
- [21] G. Taubin, Estimation of Planar Curves, Surfaces and Nonplanar Space Curves Defined by Implicit Equations, with Applications to Edge and Range Image Segmentation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 13, pp. 1115-1138, 1991.
- [22] G. Taubin, F. Cukierman, S. Sullivan, J. Ponce and D.J. Kriegman, Parameterized Families of Polynomials for Bounded Algebraic Curve and Surface Fitting, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 16(3):287-303, March 1994.